

Geometrie B6

$A(0/-3/0)$; $B(4/-1/0)$; $C(4/1/0)$; $D(0/3/0)$; $S(2/0/4)$

$$\text{a) } \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 0-0 \\ 3-(-3) \\ 0-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}; \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 4-4 \\ 1-(-1) \\ 0-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{AD}$$

ABCD ist daher ein Trapez.

$$|\overrightarrow{AD}| = \left| \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} \right| = 6; |\overrightarrow{BC}| = \left| \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \right| = 2$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot (6+2) \cdot 4 \cdot 4 = \frac{128}{6} = \underline{\underline{\frac{64}{3}}}$$

$$\text{b) } \overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 0-4 \\ 3-1 \\ 0-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}; |\overrightarrow{CD}| = \left| \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{(-4)^2 + 2^2} = \sqrt{20}$$

$$\overrightarrow{CS} = \begin{pmatrix} 2-4 \\ 0-1 \\ 4-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}; |\overrightarrow{CS}| = \left| \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{(-2)^2 + (-1)^2 + 4^2} = \sqrt{21}$$

$$\cos(\varphi) = \frac{\begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}}{\left| \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \right| \cdot \left| \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} \right|} = \frac{8-2}{\sqrt{20} \cdot \sqrt{21}} = \frac{6}{\sqrt{420}}$$

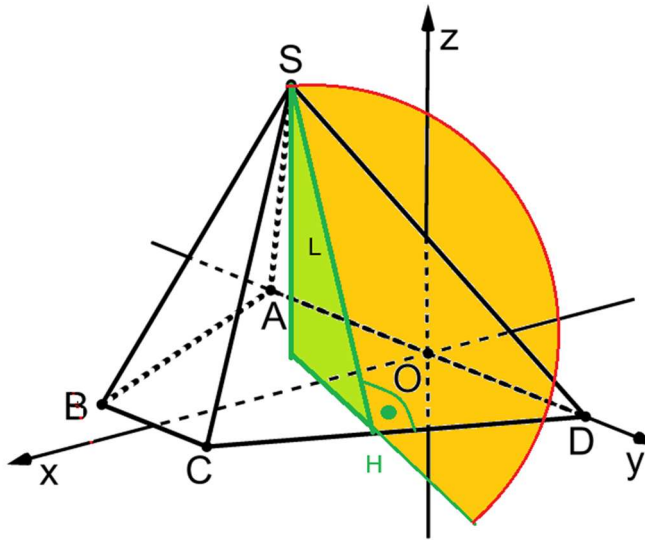
$$\Rightarrow \underline{\underline{\varphi \approx 72,98^\circ}}$$

$$\text{c) } L: -2x + y + 4 = 0; \text{ Gerade CD: } \vec{X} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Einsetzen: } -2(4-4\lambda) + 1 + 2\lambda + 4 = 0 \Rightarrow -8 + 8\lambda + 1 + 2\lambda + 4 = 0 \Rightarrow 10\lambda = 3 \\ \Rightarrow \lambda = 0,3$$

$$\Rightarrow \vec{H} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 0,3 \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2,8 \\ 1,6 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{\underline{H(2,8/1,6/0)}}$$

d)



Der Normalenvektor der Ebene L ist parallel zum Richtungsvektor der Gerade

CD, da $\begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Die Gerade verläuft daher senkrecht zur Ebene L.

Liegt S in der Ebene L?

$$-2 \cdot 2 + 0 + 4 = 0 \Rightarrow S \in L$$

Da S auf dem Kreis liegt (Angabe) und in der Ebene, liegt der ganze Kreis in der Ebene L.

Der Mittelpunkt des Kreises liegt in der Ebene L sowie auf der Geraden CD, um die gedreht wird. Einziger gemeinsamer Punkt ist H (siehe c).

e) Für einen solchen Punkt S' würde gelten: $S'(x_{S'}, 5,6 / z_{S'})$

Da S' auf dem Kreis liegt, liegt er auch in der Ebene L. Einsetzen ergibt:

$$-2x_{S'} + 5,6 + 4 = 0 \Rightarrow -2x_{S'} = -9,6 \Rightarrow x_{S'} = 4,8$$

Für den Radius ergibt sich damit: $\overrightarrow{HS'} = \begin{pmatrix} 4,8 - 2,8 \\ 5,6 - 1,6 \\ z_{S'} - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ z_{S'} \end{pmatrix}$

Es muss gelten: $|\overrightarrow{HS'}| = \sqrt{19,2} \Rightarrow \left| \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ z_{S'} \end{pmatrix} \right| = \sqrt{19,2} \Rightarrow \sqrt{2^2 + 4^2 + z_{S'}^2} = \sqrt{19,2}$
 $\Rightarrow 20 + z_{S'}^2 = 19,2$

Dies ist ein Widerspruch. Die Aussage ist daher falsch.