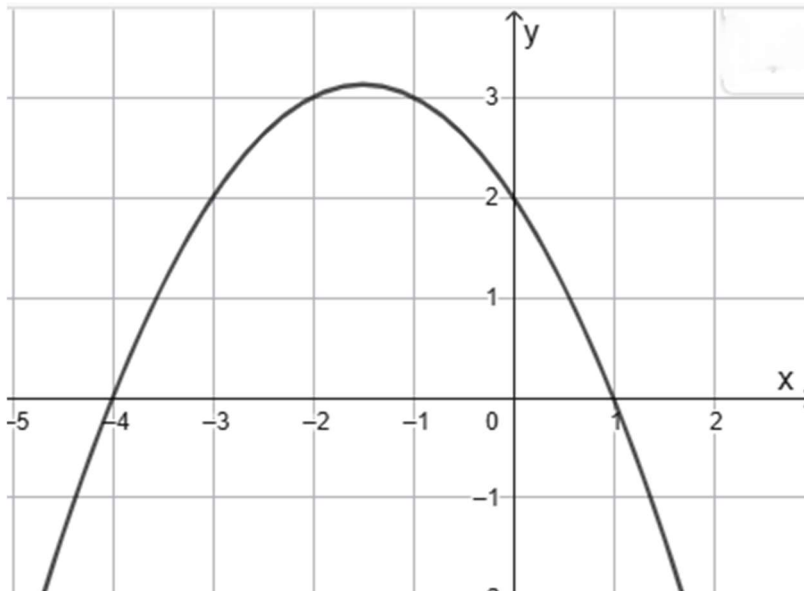


Analysis

1 $f''(x) = -0,5(x+4)(x-1)$

- 1.1 Für den Ausschnitt ist wichtig, dass die Nullstellen enthalten sind. Der y-Wert des Scheitels muss nicht genau bestimmt werden:



Der Graph von f ist rechtsgekrümmt, wenn $f''(x) < 0$, also für $x < -4$ und $x > 1$. Für $-4 < x < 1$ ist der Graph von f linksgekrümmt.

- 1.2 f' ist eine Funktion 3. Grades mit negativem Leitkoeffizienten. Daher gilt:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f'(x) = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = -\infty$$

An den relativen Extremstellen hat die Ableitung (hier f'') eine einfache Nullstelle. f'' hat daher Extremstellen bei $x_1 = -4$ und bei $x_2 = 1$.

Für die Art der Extrema betrachten wir die Vorzeichen der Ableitung, also von f'' :

Für $x_1 = -4$ gilt:

- links der Stelle ist f'' negativ, daher fällt dort der Graph von f'
- rechts der Stelle ist f'' positiv, daher steigt dort der Graph von f'

$\Rightarrow$ TIP bei $x_1 = -4$

Da es sich um eine ganzrationale Funktion 3. Grades handelt, muss das andere Extremum ein HOP sein. $\Rightarrow$ HOP bei $x_2 = 1$

*Hinweis: die Art der Extremstellen kann auch mit dem Globalverlauf, also den beiden Grenzwerten begründet werden. Die y-Werte sind nicht verlangt, da nur die **Stellen** gesucht sind.*

2 $q_k(x) = \frac{1}{4}x^2 - 2x + k$

Der Scheitel muss auf der x-Achse liegen, daher muss gelten: $q_k'(x) = 0$

$$q_k'(x) = \frac{1}{2}x - 2$$

$$\underline{q_k'(x) = 0}: \frac{1}{2}x - 2 = 0 \Rightarrow x - 4 = 0 \Rightarrow x' = 4$$

$$(4/0) \text{ eingesetzt: } 0 = \frac{1}{4} \cdot 4^2 - 2 \cdot 4 + k \Rightarrow 0 = 4 - 8 + k \Rightarrow \underline{\underline{k = 4}}$$

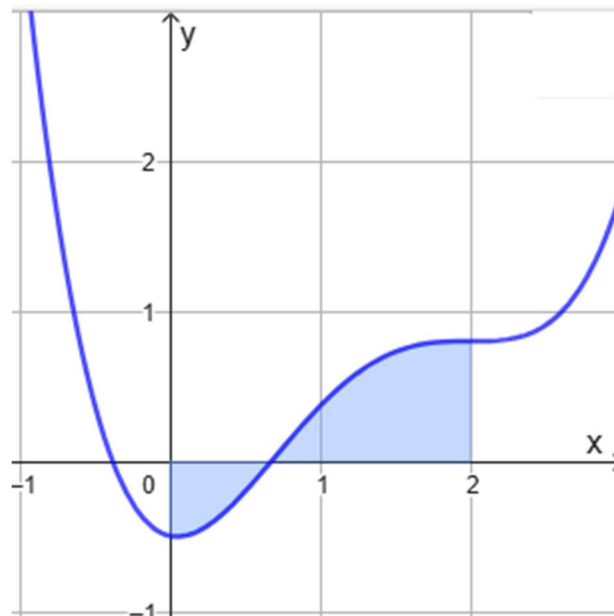
3

a) Der Graph von h fällt für $x < 0$. Daher gilt: $h'(x) < 0$

b) Der Terrassenpunkt ist auch ein Wendepunkt. Daher gilt: $h''(2) = 0$

c) Das Integral gibt die Flächenbilanz zwischen Graph und x-Achse im Bereich $[0;2]$ an. Da das Flächenstück oberhalb der x-Achse größer ist als das untere, gilt:

$$\int_0^2 h(x) dx > 0$$



d) Da $H'(2) = h(2) \approx 1,8$, gilt: $H'(2) > 0$

4 $g(x) = -0,5 \cdot e^{-x} + 2; w(x) = -0,5e + 2$

4.1 Tangentengleichung

Für die Tangente t brauchen wir zunächst den vollständigen Punkt und die Steigung m in dem Punkt:

$$g(0) = -0,5 \cdot \underbrace{e^0}_{=1} + 2 = 1,5$$

$$g'(x) = -0,5 \cdot e^{-x} \cdot (-1) = 0,5 \cdot e^{-x}$$

$$m = g'(0) = 0,5 \cdot \underbrace{e^0}_{=1} = 0,5$$

Jetzt setzen wir m und den Punkt in die allgemeine Geradengleichung $y = mx + t$ ein:

$$1,5 = 0,5 \cdot 0 + t \Rightarrow t = 1,5 \Rightarrow \underline{\underline{t(x) = 0,5x + 1,5}}$$

4.2 Schnittpunkt P

$$\begin{aligned} \underline{g(x) = w(x)}: -0,5 \cdot e^{-x} + 2 &= -0,5e + 2 \Rightarrow -0,5 \cdot e^{-x} = -0,5e \Rightarrow e^{-x} = e \\ &\Rightarrow -x = 1 \Rightarrow x = -1 \\ &\Rightarrow \underline{\underline{P(-1/ -0,5e + 2)}} \end{aligned}$$

4.3 Stammfunktion

Für die Menge aller Stammfunktionen gilt:

$$G_c(x) - 0,5 \cdot \frac{e^{-x}}{-1} + 2x + C = 0,5e^{-x} + 2x + C$$

$$(0/2) \text{ eingesetzt: } 0,5 \underbrace{e^0}_{=1} + 2 \cdot 0 + C = 2 \Rightarrow 0,5 + C = 2 \Rightarrow C = 1,5$$

$$\underline{\underline{G(x) = 0,5e^{-x} + 2x + 1,5}}$$