Stochastik I

1.1 $P(E_1) = P(X \le 3) = \sum_{i=0}^{3} B(25;0,2;i) \overset{TW}{=} \underline{\underline{0,23399 \approx 23,4\%}}$

Für die zweite Wahrscheinlichkeit brauchen wir zunächst den Erwartungswert:
$E(X) = 30 \cdot 0,2 = 6$

$$P(E_2) = P(X > 6) = P(X \ge 7) = 1 - P(X \le 6) = 1 - \sum_{i=0}^{6} B(30;0,2;i)$$

$$\overset{TW}{=} 1 - 0,60697 = \underline{\underline{0,39303 \approx 39,3\%}}$$

1.2 Hier geht es um die „Durchreich"-Problematik (siehe Formel im Skript):
$P(E_3) = (10 - 3 + 1) \cdot 0,2^3 \cdot 0,8^7 = \underline{\underline{0,01342 \approx 1,3\%}}$

1.3 Hierbei handelt es sich um eine klassische „3-mal-mindestens"-Aufgabe.
Diese wurde allerdings vorliegend das erste Mal überhaupt in einer Fachabitur-Prüfung gestellt (bisher bekannt aus dem allg. Abitur). Gesucht ist n, die Anzahl der Versuche. Diese Aufgaben werden mit dem Gegenereignis gelöst.
Das Gegenereignis von „mindestens ein Treffer" ist „kein Treffer".
Rechnerisch wird nach dem Ansatz alles „umgedreht":
aus $P(X \ge 1)$ wird $P(X = 0)$, aus „$\ge$" wird „$\le$" und aus 0,95 wird $1 - 0,95 = 0,05$:

$$P(X \ge 1) \ge 0,95 \quad \Rightarrow P(X = 0) \le 0,05 \quad \Rightarrow \underbrace{\binom{n}{0}}_{=1} \underbrace{0,2^0}_{=1} \cdot 0,8^n \le 0,05 \quad \Rightarrow 0,8^n \le 0,05 \quad | \ln$$

$$\Rightarrow \ln 0,8^n \le \ln 0,05 \quad \Rightarrow n \cdot \ln 0,8 \le \ln 0,05 \quad | : \ln 0,8 \; (\ln 0,8 < 0!!)$$

$$\Rightarrow n \ge \frac{\ln 0,05}{\ln 0,8} = 13,425...$$

Es müssen also **mindestens 14** Lose gezogen werden.

1.4 **Nullhypothese**

Testgröße T: Anzahl der Gewinnlose
Bekannt ist ferner: n = 50; nun die Tabelle:

Nullhypothese	Gegenhypothese
$H_0 : p \le 0,2$	$H_1 : p > 0,2$
$A = \{0; 1; ...; a\}$	$\overline{A} = \{a+1; a+2; ...; 50\}$

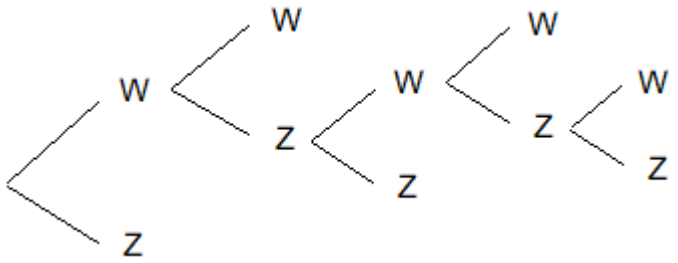
Es soll gelten: $\alpha = 0,05$, also

$$\sum_{i=a+1}^{50} B(50;0,2;i) \le 0,05 \quad \Rightarrow \sum_{i=0}^{a} B(50;0,2;i) \ge 0,95 \quad \overset{TW}{\Rightarrow} a = 15 \quad (0,96920)$$

$\Rightarrow$ größtmöglicher Ablehnungsbereich von H_0: $\underline{\underline{\overline{A} = \{16; 17; ...; 50\}}}$

 © Marcus ter Haerst

2.1 Ergebnisraum



$$\Omega = \{(W;W);(W;Z;W;W);(W;Z;W;Z;W);(W;Z;W;Z;Z);(W;Z;Z);(Z)\}$$

2.2 Wahrscheinlichkeitsverteilung

x	0 €	4 €	8 €
$P(X=x)$	$\left(\frac{1}{2}\right)^5 + \frac{1}{2} = 0{,}53125$	$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 0{,}3125$	$1-(0{,}53125+0{,}3125)$ $= 0{,}15625$
	WZWZW; Z	WW; WZWW	WZWZZ;WZZ

$$E(X) = 0 \cdot 0{,}53125 + 4 \cdot 0{,}3125 + 8 \cdot 0{,}15625 = 2{,}5$$

Der Einsatz von 3 Euro müsste, damit das Spiel fair wird, um **50 Cent reduziert** werden.

 © Marcus ter Haerst