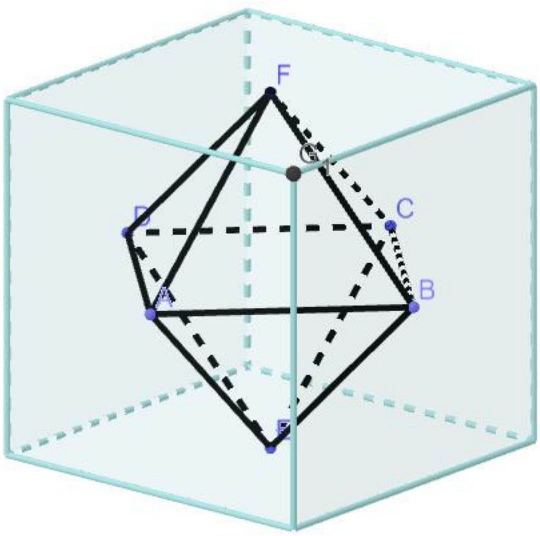
Geometrie Aufgabengruppe 1

$A(1/2/1),\ C(-3/-6/9),\ H: 2x_1 + x_2 + 2x_3 - 6 = 0$



a) Da A und C Mittelpunkte der jeweiligen Seitenflächen sind, ist die Kantenlänge des Würfels gleich dem Betrag des Vektors $\overrightarrow{AC}$.

$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -3-1 \\ -6-2 \\ 9-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -8 \\ 8 \end{pmatrix}; \quad \left|\overrightarrow{AC}\right| = \sqrt{(-4)^2 + (-8)^2 + 8^2} = \sqrt{16+64+64} = \sqrt{144} = \underline{\underline{12}}$$

b) Zur Spitze F des Oktaeders gelangen wir über A, tragen dort den halben Vektor $\overrightarrow{AC}$ an und gehen dann auf dem Normalenvektor der Ebene H 6 LE nach oben.

Fraglich ist zunächst die Länge des Normalenvektors:

$$\left|\overrightarrow{n_H}\right| = \left|\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2} = 3$$ Wir brauchen diesen daher zweimal.

$$\Rightarrow \vec{F} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ -8 \\ 8 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \underline{\underline{F(3/0/9)}}$$

