

Geometrie Aufgabengruppe 2

$$g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}; h: \vec{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; A(3/5/5); B(1/1/1)$$

a) $A \in g$?

Wir setzen A in die Gerade g ein: $\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

Daraus ergibt sich ein Gleichungssystem:

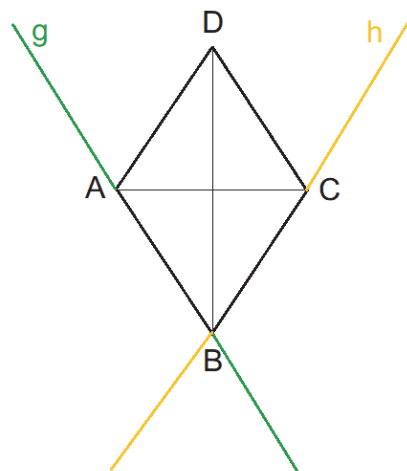
I $3 = 1 + \lambda \Rightarrow \lambda = 2$

II $5 = 1 + 2\lambda \Rightarrow \lambda = 2$

III $5 = 1 + 2\lambda \Rightarrow \lambda = 2$

Alle drei Gleichungen führen zum selben Ergebnis. Daher liegt A auf g.

b)



C liegt auf der Geraden h und es gilt: $\overline{BC} = \overline{BA}$

Zunächst berechnen wir \overline{BA} . Der Richtungsvektor von h hat offensichtlich bereits die Länge „1“. Wir multiplizieren ihn mit der Länge von \overline{BA} :

$$|\overline{BA}| = \left| \begin{pmatrix} 3-1 \\ 5-1 \\ 5-1 \end{pmatrix} \right| = \left| \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{2^2 + 4^2 + 4^2} = \sqrt{36} = 6$$

$$\vec{C} = \vec{B} + 6 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{\underline{C(7/1/1)}}$$

$$D = \vec{C} + \overline{BA} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{\underline{D(9/5/5)}}$$