

Geometrie Aufgabengruppe 1

a) $g: X = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}; E: x_1 + x_2 + x_3 = 2$

Wir setzen g in E ein: $(0 + \lambda) + (1 + 0\lambda) + (1 - \lambda) = 2$

$$\Rightarrow \lambda + 1 + 1 - \lambda = 2 \Rightarrow 2 = 2 \text{ w.A.}$$

Die Gerade g liegt daher in der Ebene E.

b) $h_a: X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ 0 \end{pmatrix}; g: X = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix};$

Die Richtungsvektoren aller Geraden h_a sind in keinem Fall identisch mit dem von g bzw. Vielfache davon. Daher sind die Geraden windschief oder sie schneiden sich. Wir setzen gleich. Das führt zu folgendem Gleichungssystem:

I $0 + \mu = 0 + \lambda \Rightarrow \mu = \lambda$

II $0 + \mu \cdot a = 1 + 0\lambda \Rightarrow \mu \cdot a = 1$

III $1 + 0\mu = 1 - \lambda \Rightarrow \lambda = 0$

III und I in II: $0 \cdot a = 1 \Rightarrow 0 = 1$

Dies ist ein Widerspruch. Das Gleichungssystem ist nicht lösbar, die Geraden h_a und g sind daher für jedes a windschief.