Analysis Aufgabengruppe 1

1 $f(x) = \ln(x-3)$

a) Die verkettete Funktion muss positiv sein: $x - 3 > 0 \Rightarrow x > 3 \Rightarrow \underline{\underline{D_f =]3;\infty[}}$

Nullstelle

Die verkettete Funktion muss „1“ sein: $x - 3 = 1 \Rightarrow \underline{\underline{x = 4}}$

b) $f'(x) = \dfrac{1}{x-3}$

Es soll gelten: $f'(x) = 2 \Rightarrow \dfrac{1}{x-3} = 2 \Rightarrow 1 = 2(x-3) \Rightarrow \dfrac{1}{2} = x - 3 \Rightarrow \underline{\underline{x' = 3{,}5}}$

2 $g(x) = \dfrac{1}{x^2} - 1$

a) **Waagrechte Asymptote**

Die Funktion liegt schon in der Asymptotenform vor. Da für große x gilt: $\dfrac{1}{x^2} \to 0$, lautet die Gleichung der waagrechten Asymptote $y = -1$.

Wertemenge

Da für alle definierten x gilt: $\dfrac{1}{x^2} > 0$, verläuft der Graph von g stets oberhalb der waagrechten Asymptote. Daher gilt: $W_g =]-1;\infty[$

b) $\displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{2} g(x)dx = \int_{\frac{1}{2}}^{2} \frac{1}{x^2} - 1\,dx = \left[-\frac{1}{x} - x\right]_{\frac{1}{2}}^{2} = \left[-\frac{1}{2} - 2\right] - \left[-\frac{1}{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}\right] = -2{,}5 - \left[-2 - \frac{1}{2}\right] = \underline{\underline{0}}$

3

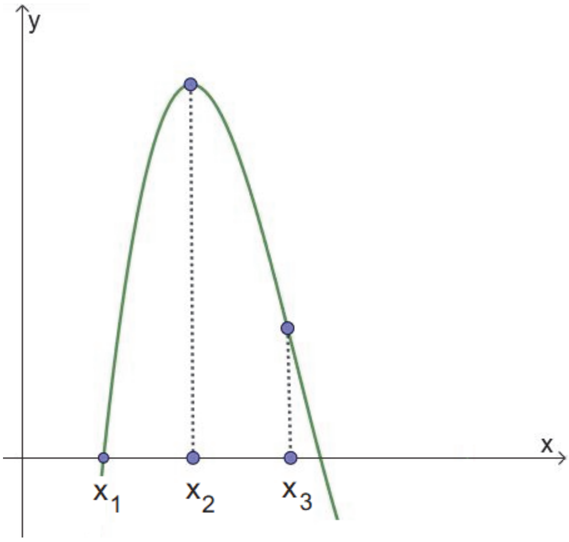
a) Die Funktion f soll ganzrational und nicht-linear sein, ihr Grad beträgt also mindestens 2.

Es gilt: $f'(x_2) = 0 \wedge f''(x_2) \neq 0 \Rightarrow$ Bei x_2 hat der Graph von f einen Extrempunkt.

Außerdem: f' hat bei x_3 ein lokales Minimum. Der Graph von f hat daher an dieser Stelle einen Wendepunkt bei fallendem Graphen.

Grad 2 scheidet also aus, da Parabeln keinen Wendepunkt besitzen. Der Grad beträgt daher **mindestens 3**.

b) Am einfachsten nehmen wir eine Funktion vom Grad 3:



4

a) $h(x) = -g(x-3)$

Der Graph von h ergibt sich aus dem Graphen von g durch Spiegelung an der x-Achse und Verschiebung um 3 nach rechts. Der HOP von G_g wird so zum TIP von G_h mit $TIP(2/-1)$.

b) Der gegebene Graph ist die Ableitung der Stammfunktion G. Diese ist außer einer Nullstelle bei $x = 0$ immer positiv. Daher hat der Graph von G bei $x = 0$ einen Terrassenpunkt.

Bei $x = -1$ hat die Ableitung ein Maximum. Der Graph von G hat dort daher die stärkste Steigung und einen Wendepunkt.

Bei $x = -1$ und bei $x = 2$ ist die Steigung der Tangente des Graphen von G „1“.