

Stochastik Aufgabengruppe 1

1

a) $P(E_1) = P(X = 0) = \binom{15}{0} \cdot 0,05^0 \cdot 0,95^{15} = 0,95^{15} = \underline{\underline{0,46329 \approx 46,3\%}}$

$$P(E_2) = P(X \leq 2) = \sum_{i=0}^2 B(15; 0,05; i) \stackrel{TW}{=} \underline{\underline{0,96380 \approx 96,4\%}}$$

$$P(E_3) = P(X = 2) + P(X = 3) = B(15; 0,05; 2) + B(15; 0,05; 3)$$

$$\stackrel{TW}{=} 0,13475 + 0,03073 = \underline{\underline{0,16548 \approx 16,5\%}}$$

b) Eine klassische 3-mal-mindestens-Aufgabe:

$$P(X \geq 1) \geq 0,99 \Rightarrow 1 - P(X = 0) \geq 0,99 \Rightarrow P(X = 0) \leq 0,01$$

$$\Rightarrow \binom{n}{0} \cdot 0,05^0 \cdot 0,95^n \leq 0,01 \Rightarrow 0,95^n \leq 0,01 \Rightarrow n \cdot \ln 0,95 \leq \ln 0,01$$

$$\Rightarrow n \geq \frac{\ln 0,01}{\ln 0,95} = 89,781\dots$$

n muss mindestens 90 betragen.

c) $E(X_{400}) = 400 \cdot 0,05 = 20$; $\text{Var}(X_{400}) = 400 \cdot 0,05 \cdot 0,95 = 19 \Rightarrow \sigma = \sqrt{19} = 4,36$

$$20 - 4,36 = 15,64 \Rightarrow \text{kleinstmögliche relative Häufigkeit} = \frac{16}{400} = \underline{\underline{\frac{1}{25}}}$$

$$20 + 4,36 = 24,36 \Rightarrow \text{größtmögliche relative Häufigkeit} = \frac{24}{400} = \underline{\underline{\frac{3}{50}}}$$

d) Für $k = 2$ gilt: $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \geq 1 - \frac{1}{2^2} \Rightarrow P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \geq 0,75$

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Zufallsgröße innerhalb der doppelten Standardabweichung um den Erwartungswert liegt, beträgt mindestens 75 %.

2

a) Bekannte Größen sind grün gedruckt;

	S	\bar{S}	
T	x	19 - x	19
\bar{T}	105 - x	3x	131
	105	45	150

$$\text{Es gilt: } 105 - x + 3x = 131 \Rightarrow 2x = 26 \Rightarrow \underline{\underline{x = 13}}$$

b) $P_s(T) = \frac{13}{105} = 0,12381$; $P_{\bar{s}}(T) = \frac{19-13}{45} = \frac{6}{45} = \frac{2}{15} = 0,13333$

Der Anteil der vom tropischen Pilz befallenen Pflanzen ist unter den mit Pflanzenschutzmittel behandelten Pflanzen nur minimal kleiner als unter den nicht behandelten Pflanzen. Daher liegt allenfalls eine geringe Wirksamkeit des Pflanzenschutzmittels vor.