

Geometrie Aufgabengruppe 1

a) $K : (x_1 - 3)^2 + (x_2 + 6)^2 + (x_3 - 5)^2 = (2\sqrt{6})^2 \Rightarrow K : (x_1 - 3)^2 + (x_2 + 6)^2 + (x_3 - 5)^2 = 24$

P(5 / -4 / 1) eingesetzt: $(5 - 3)^2 + (-4 + 6)^2 + (1 - 5)^2 = 24 \Rightarrow 4 + 4 + 16 = 24$ w.A.

P liegt daher auf der Kugel.

- b) Wir stellen eine Lotgerade zur x_1x_2 -Ebene mit Aufpunkt M auf. Diese schneiden wir mit der x_1x_2 -Ebene und bekommen so den Lotfußpunkt L. Damit K die Ebene schneidet, müsste gelten: $|\overline{ML}| < \sqrt{24}$

$$l: \vec{X} = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 5 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$l \cap x_1x_2\text{-Ebene: } 5 + \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = -5 \Rightarrow \vec{L} = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 5 \end{pmatrix} - 5 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|\overline{ML}| = \left| \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 5 \end{pmatrix} \right| = \left| \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{25} > \sqrt{24}$$

Die Kugel schneidet die x_1x_2 -Ebene daher nicht.

Hinweis: Der Abstand von M zur x_1x_2 -Ebene lässt sich auch aus der x_3 -Koordinate von M direkt ablesen.