Analysis Aufgabengruppe 2

1 $g(x)=\sqrt{x+1}-2$

a) $D=[-1;\infty[$

b) $g'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x+1}}$; $g'(8)=\frac{1}{2\sqrt{8+1}}=\frac{1}{6}$; $g(8)=\sqrt{8+1}-2=1$

Für die Tangente setzen wir den ganzen Punkt und die Steigung in die allgemeine Geradengleichung ein:

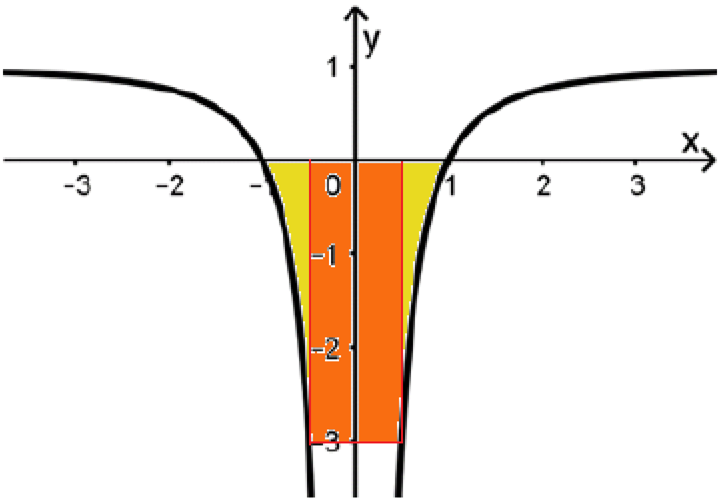
$$1=\frac{1}{6}\cdot 8+t \quad \Rightarrow t=-\frac{1}{3} \quad \Rightarrow \underline{\underline{t(x)=\frac{1}{6}x-\frac{1}{3}}}$$

2 $f(x)=1-\frac{1}{x^2}$

a) $\underline{f(x)=-3}$: $1-\frac{1}{x^2}=-3 \quad \Rightarrow \frac{1}{x^2}=4 \quad \Rightarrow x^2=\frac{1}{4} \quad \Rightarrow x_{1/2}=\pm\frac{1}{2}$

Einer der beiden Schnittpunkte hat also die x-Koordinate $\frac{1}{2}$.

b) Hier handelt es sich nicht um eine „Wurstfläche“! Denn es ist nicht die Fläche zwischen den Schnittpunkten der beiden Graphen gesucht. Wegen der Achsensymmetrie berechnen wir zunächst die halbe Fläche. Diese setzt sich zusammen aus einem Rechteck mit den Seiten 0,5 und 3 und dem Integral von f zwischen 0,5 und 1:



$$\int_{0,5}^{1} f(x)dx=\int_{0,5}^{1} 1-\frac{1}{x^2}dx=\left[x+\frac{1}{x}\right]_{0,5}^{1}=[1+1]-[0,5+2]=2-2,5=-0,5$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}A=0,5\cdot 3+0,5 \quad \Rightarrow A=3+1=\underline{\underline{4}}$$

 © Marcus ter Haerst

3 $p_k(x) = kx^2 - 4x - 3$

a) Einsetzen des Punktes ergibt:
$-3 = k \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 - 3 \;\Rightarrow -3 = 4k - 11 \;\Rightarrow 4k = 8 \;\Rightarrow \underline{\underline{k = 2}}$

b) $\underline{p_k(x) = 0}$: $kx^2 - 4x - 3 = 0 \;\Rightarrow x_{1/2} = \dfrac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4k(-3)}}{2k} = \dfrac{4 \pm \sqrt{16 + 12k}}{2k}$

Keine Lösung und damit keine Nullstelle gibt es bei negativer Diskriminante:

$16 + 12k < 0 \;\Rightarrow 12k < -16 \;\Rightarrow \underline{\underline{k < -\frac{4}{3}}}$

4

a) Der Graph von f hat bei $x = -2$ einen HOP, daher muss der Graph der 1. Ableitung dort eine einfache Nullstelle mit Vorzeichenwechsel vom Positiven ins Negative haben. Abb. II scheidet daher aus.

Der Graph der Abb. III enthält den Punkt $(0 / -2)$. Die Tagentensteigung des Graphen von f im Ursprung ist aber nicht -2, sondern der Graph fällt weniger stark. Daher scheidet auch Abb. III aus und Abb. I muss den Graphen der 1. Ableitung darstellen.

b) Im Intervall $[1;3]$ verläuft der Graph von f, also der 1. Ableitung von F, unterhalb der x-Achse. Daher ist F in diesem Intervall streng monoton **abnehmend**.

 © Marcus ter Haerst