Analysis Aufgabengruppe 2

1 $f(x)=\sqrt{3x-5}$

Der Term unter der Wurzel darf nicht negativ werden.

$3x-5\geq 0 \Rightarrow x\geq \frac{5}{3} \Rightarrow \underline{\underline{D=\left[\frac{5}{3};\infty\right[}}$

$f(3)=\sqrt{9-5}=2$; $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{3x-5}}\cdot 3=\frac{3}{2\sqrt{3x-5}}$

Für die Steigung der Tangente gilt: $m=f'(3)=\frac{3}{2\sqrt{9-5}}=\frac{3}{4}$

m und den Punkt in die allgemeine Geradengleichung eingesetzt ergibt sich:

$2=\frac{3}{4}\cdot 3+t \Rightarrow t=-\frac{1}{4} \quad \Rightarrow \underline{\underline{y=\frac{3}{4}x-\frac{1}{4}}}$

2 $f(x)=-x^3+9x^2-15x-25$; $f'(x)=-3x^2+18x-15$

(1) Es soll gelten: $f'(0)=-15$

$f'(0)=-3\cdot 0^2+18\cdot 0-15=-15$

(2) Es soll gelten: $f(5)=0$ und $f'(5)=0$

$f(5)=-5^3+9\cdot 5^2-15\cdot 5-25=-125+225-75-25=0$

$f'(5)=-3\cdot 5^2+18\cdot 5-15=-75+90-15=0$

(3) Für die Tangente gilt: $y=mx+t$

$m=f'(-1)=-3\cdot(-1)^2+18\cdot(-1)-15=-36$

$f(-1)=-(-1)^3+9\cdot(-1)^2-15\cdot(-1)-25=0$

eingesetzt: $0=-36\cdot(-1)+t \Rightarrow t=-36$

$\Rightarrow \underline{\underline{y=-36x-36}}$

3 Jede Integralfunktion hat eine Nullstelle, wenn Unter- und Obergrenze übereinstimmen, hier also für $x=3$. Weitere Nullstellen kann es geben, wenn im Integrationsbereich gleich große Flächenstücke oberhalb und unterhalb der x-Achse vorliegen und sich diese beim „Durchintegrieren“gegenseitig aufheben. Für $x>4{,}5$ gibt es eine Fläche unterhalb der x-Achse, die genauso groß ist wie die Fläche zwischen $x=3$ und $x=4{,}5$. Das Gleiche gilt links von $x=3$. Also gibt es insgesamt **drei Nullstellen** der Integralfunktion.

4

a) Da $a > 0$, gilt: $\lim\limits_{x\to\infty} f_a(x) = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{1}{a}\cdot x^3 - x = "\infty^2 - \infty^1" = \infty$

Daher stellt Abb. 2 den Graphen von f_a dar.

b) An der Stelle $x = 3$ soll ein Extrempunkt vorliegen, also soll gelten: $f_a'(3) = 0$

$f_a'(x) = \frac{3}{a}\cdot x^2 - 1;$

$f_a'(3) = 0:\ \frac{3}{a}\cdot 3^2 - 1 = 0 \ \Rightarrow \frac{27}{a} = 1 \ \Rightarrow \underline{\underline{a = 27}}$

