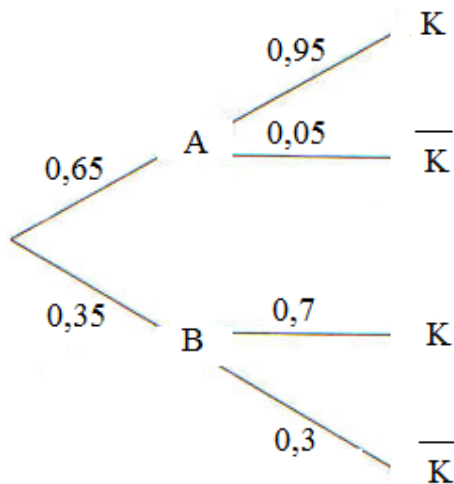


Stochastik Aufgabengruppe 2

1

a) K: Samenkorn keimt



$$\alpha) P(K) = 0,65 \cdot 0,95 + 0,35 \cdot 0,7 = 0,8625 \approx 86,3\%$$

$$\beta) P_K(B) = \frac{P(B \cap K)}{P(K)} = \frac{0,35 \cdot 0,7}{0,8625} = 0,28406 \approx 28,4\%$$

b) Eine klassische Bernoulli-Kette; X: Anzahl der keimenden Samenkörner.

$$P(E) = P(X = 140) = B(200; 0,7; 140) \stackrel{TW}{=} 0,06146 \approx 6,1\%$$

Hinweis: Eine Berechnung mit dem Taschenrechner scheitert hier an den großen Zahlen.

$$P(F) = P(130 < X < 150) = P(131 \leq X \leq 149) = P(X \leq 149) - P(X \leq 130) \\ = \sum_{i=0}^{149} B(200; 0,7; i) - \sum_{i=0}^{130} B(200; 0,7; i) \stackrel{TW}{=} 0,93045 - 0,07279 = 0,85766 \approx 85,8\%$$

c) $1 - P(X \geq 275) = P(X \leq 274)$: Wahrscheinlichkeit, dass unter 300 Samenkörnern der Qualität A, deren Anteil 95 % beträgt, höchstens 274 keimen.

d) Samenkörner der Qualität A keimen mit einer Wahrscheinlichkeit von 95 %, solche der Qualität B mit einer Wahrscheinlichkeit von 70 % (vgl. a).

Für die Wahrscheinlichkeit, dass ein Korn der **Qualität A** keimt und eine Frucht trägt (F), gilt dann: $P_A(K \cap F) = 0,95 \cdot 0,85 = 0,8075$

Die 17 Cent/Korn führen also nur in 80,75 % der Fälle zu einer Frucht. Ein Samen, der zu einer Frucht führt, kostet dann im Schnitt bei Qualität A $\frac{17 \text{ Cent}}{0,8075} \approx 21 \text{ Cent}$.

Und für die Wahrscheinlichkeit, dass ein Korn der **Qualität B** keimt und eine Frucht trägt, gilt: $P_B(K \cap F) = 0,7 \cdot 0,75 = 0,525$

Die 12 Cent/Korn führen in 52,5 % der Fälle zu einer Frucht. Ein Samen, der zu einer Frucht führt, kostet also im Schnitt bei Qualität B $\frac{12 \text{ Cent}}{0,525} \approx 23 \text{ Cent}$.

Es ist also finanziell günstiger, nur **Qualität A** zu kaufen.

e) Testgröße: Anzahl der keimenden Saatkörner; $n = 100$

Nullhypothese	Gegenhypothese
$H_0: p \leq 0,7$	$H_1: p > 0,7$
$A = \{0; 1; \dots; k\}$	$\bar{A} = \{k+1; k+2; \dots; 100\}$

Für die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 1. Art (die Nullhypothese wird irrtümlich abgelehnt) gilt:

$$\sum_{i=k+1}^{100} B(100; 0,7; i) \leq 0,05 \Rightarrow 1 - \sum_{i=0}^k B(100; 0,7; i) \leq 0,05 \Rightarrow \sum_{i=0}^k B(100; 0,7; i) \geq 0,95$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{k = 77}} \quad (0,95213) \quad \Rightarrow \underline{\underline{\bar{A} = \{78; 79; \dots; 100\}}}$$

Wenn mindestens 78 Samenkörner keimen, wird man H_0 verwerfen und dem Großhändler glauben, dass sich der Anteil der keimenden Körner auf über 70 % erhöht hat.