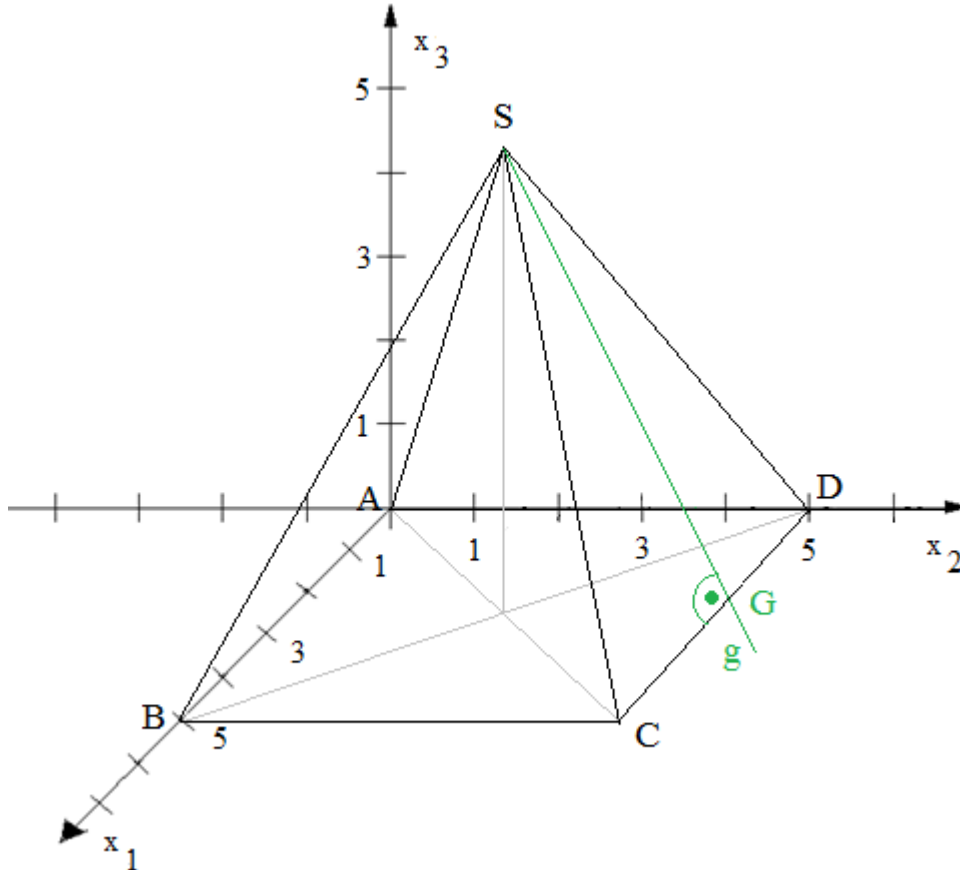


Geometrie Aufgabengruppe 2

a) $B(5/0/0); D(0/5/0)$



b) $F: \vec{X} = \vec{A} + \alpha \cdot \vec{AD} + \alpha \cdot \vec{AS}$

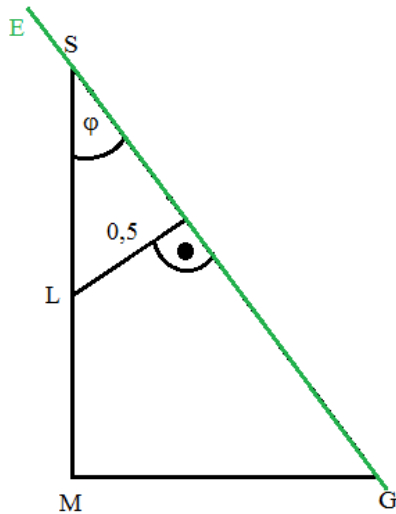
$$\vec{AD} \times \vec{AS} = \begin{pmatrix} 0-0 \\ 5-0 \\ 0-0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2,5-0 \\ 2,5-0 \\ 6-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2,5 \\ 2,5 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 \\ 0 \\ -12,5 \end{pmatrix} = 2,5 \cdot \begin{pmatrix} 12 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{n}_F = \begin{pmatrix} 12 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$F: \vec{n}_F \circ [\vec{X} - \vec{A}] = 0 \Rightarrow F: \begin{pmatrix} 12 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix} \circ \left[\vec{X} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] = 0 \Rightarrow \underline{\underline{F: 12x_1 - 5x_3 = 0}}$$

c) Winkel zwischen Ebenen E und F:

$$\cos \varphi = \frac{\begin{pmatrix} 0 \\ 12 \\ 5 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 12 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}}{\left| \begin{pmatrix} 0 \\ 12 \\ 5 \end{pmatrix} \right| \cdot \left| \begin{pmatrix} 12 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix} \right|} = \frac{-25}{13 \cdot 13} = -\frac{25}{169} \Rightarrow \underline{\underline{\varphi = 98,51^\circ}}$$

d)



Zur Berechnung der Lichtquelle L gibt es verschiedene Ansätze. Der gegebene Abstand lässt sich als Abstand des (nicht bekannten) Punktes L von der Gerade GS oder auch als Abstand des Punktes L von der Ebene E interpretieren. Letzteres geht mit der HNF am schnellsten. Dabei gilt: $L(2,5/2,5/1_3)$

$$0,5 = \frac{|0 \cdot 2,5 + 12 \cdot 2,5 + 5 \cdot 1_3 - 60|}{\begin{pmatrix} 0 \\ 12 \\ 5 \end{pmatrix}} \Rightarrow 0,5 = \frac{|5 \cdot 1_3 - 30|}{\sqrt{12^2 + 5^2}}$$

$$\Rightarrow 5 \cdot 1_3 - 30 = 6,5 \Rightarrow 5 \cdot 1_3 = 36,5 \Rightarrow 1_3 = 7,3 > 6 \rightarrow \text{liegt oberhalb der Spitze S.}$$

$$\text{oder: } 5 \cdot 1_3 - 30 = -6,5 \Rightarrow 5 \cdot 1_3 = 23,5 \Rightarrow 1_3 = 4,7 \Rightarrow \underline{\underline{L(2,5/2,5/4,7)}}$$

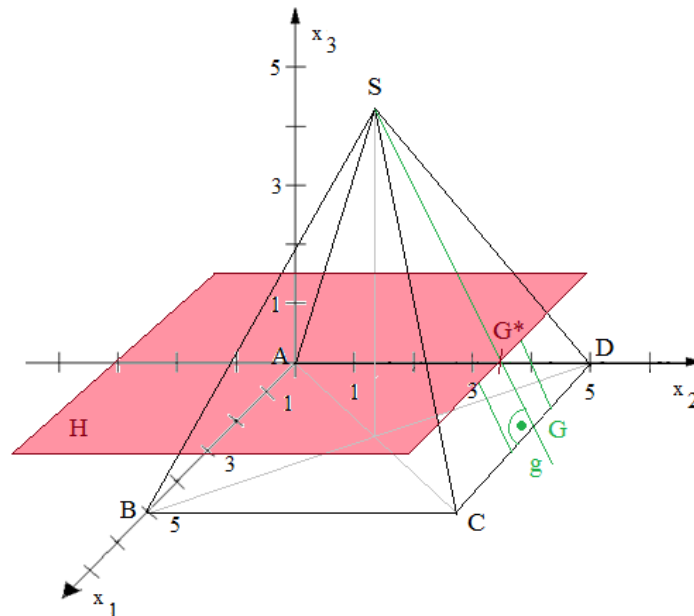
e) $g: \vec{X} = \vec{S} + \mu \cdot \vec{SG}$

$$\vec{G} = \vec{C} + \frac{1}{2} \cdot \vec{CD} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 0-5 \\ 5-5 \\ 0-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2,5 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{SG} = \begin{pmatrix} 2,5 - 2,5 \\ 5 - 2,5 \\ 0 - 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2,5 \\ -6 \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -12 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow g: \vec{X} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 2,5 \\ 2,5 \\ 6 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -12 \end{pmatrix}}}$$

f)



Auch hier lohnt es sich, zunächst einige Überlegungen anzustellen, welcher der vielen möglichen Ansätze am einfachsten umzusetzen ist. Sinnvoll ist es, die soeben aufgestellte Gerade g mit einzubeziehen. Folgende Überlegung führt z.B. relativ schnell zum Ziel:

Wir bilden eine Hilfsebene H , die im Abstand 1,8 m parallel zur x_1x_2 -Ebene verläuft. Diese schneiden wir mit der Geraden g (vgl. e) und erhalten so den Schnittpunkt G^* . Sodann berechnen wir den Mittelpunkt G der Strecke $[CD]$. Die Höhe h des Vordachs ist dann die Länge der Strecke $[GG^*]$:

$$H: x_3 = 1,8$$

$$\underline{H \cap g}: 6 - 12\mu = 1,8 \Rightarrow 12\mu = 4,2 \Rightarrow \mu = 0,35$$

$$\Rightarrow \vec{G}^* = \begin{pmatrix} 2,5 \\ 2,5 \\ 6 \end{pmatrix} + 0,35 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2,5 \\ 4,25 \\ 1,8 \end{pmatrix}$$

$$\vec{G} = \vec{C} + \frac{1}{2} \cdot \vec{CD} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 0-5 \\ 5-5 \\ 0-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2,5 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$h = |\vec{GG}^*| = \left| \begin{pmatrix} 2,5 - 2,5 \\ 4,25 - 5 \\ 1,8 - 0 \end{pmatrix} \right| = \left| \begin{pmatrix} 0 \\ -0,75 \\ 1,8 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{0,5625 + 3,24} = 1,95$$

$$\Rightarrow A_{\text{Vordach}} = 1,4 \cdot 1,95 = \underline{\underline{2,73 \text{ m}^2}}$$