Stochastik Aufgabengruppe 1

1 $P(A)=\frac{2250}{6250}=\frac{9}{25}=0{,}36$; $P(\overline{A}\cap\overline{B})=0{,}46$; $P_A(B)=\frac{2}{3}$

Die bedingte Wahrscheinlichkeit muss umgerechnet werden:

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)} \quad\Rightarrow \frac{2}{3}=\frac{P(A\cap B)}{0{,}36} \quad\Rightarrow P(A\cap B)=0{,}24$$

Bekannte Größen sind grün gedruckt:

	A	$\overline{A}$	
B	0,24	0,18	0,42
$\overline{B}$	0,12	0,46	0,58
	0,36	0,64	1

$$P(A)\cdot P(B)=0{,}36\cdot 0{,}42=0{,}1512\neq P(A\cap B)$$

$\Rightarrow$ A, B sind stochastisch abhängig

2

a) Bernoulli-Kette der Länge .
X: Anzahl der Haushalte, die noch nicht über einen schnellen Internetanschluss verfügen.

$$P(X\geq 2)=1-P(X\leq 1)=1-\sum_{i=0}^{1}B(10;0{,}2;i)\overset{TW}{=}1-0{,}37581=\underline{\underline{0{,}62419\approx 62{,}4\,\%}}$$

$$P(X=2)=B(10;0{,}2;2)\overset{TW}{=}\underline{\underline{0{,}30199\approx 30{,}2\,\%}}$$

b) Ereignis: Entweder haben alle 10 Haushalte oder keiner einen schnellen Internetanschluss.

c) $P(X\geq 1)>0{,}99 \quad\Rightarrow 1-P(X=0)>0{,}99 \quad\Rightarrow P(X=0)<0{,}01$

$$\Rightarrow \binom{n}{0}\cdot(0{,}2\cdot 0{,}01)^0\cdot(1-0{,}2\cdot 0{,}01)^n<0{,}01 \quad\Rightarrow 0{,}998^n<0{,}01$$

$$\Rightarrow n\cdot\ln 0{,}998<\ln 0{,}01 \quad\Rightarrow n>\frac{\ln 0{,}01}{\ln 0{,}998}=2\,300{,}28...$$

Es müssen **mindestens 2.301** Haushalte angeschrieben werden.

3

a) Die Wahrscheinlichkeitsverteilung ist symmetrisch zu $k=2$. Daher ist der Erwartungswert 2.

b) $2a+2b+\frac{3}{8}=1 \Rightarrow 2a+2b=\frac{5}{8} \Rightarrow a+b=\frac{5}{16} \Rightarrow a=\frac{5}{16}-b$ (I)

$0^2\cdot a+1^2\cdot b+2^2\cdot\frac{3}{8}+3^2\cdot b+4^2\cdot a-2^2=\frac{11}{8} \Rightarrow b+\frac{3}{2}+9b+16a-4=\frac{11}{8}$

$\Rightarrow 10b+16a=\frac{31}{8}$ (II)

I in II: $10b+16\left(\frac{5}{16}-b\right)=\frac{31}{8} \Rightarrow 10b+5-16b=\frac{31}{8} \Rightarrow -6b=-\frac{9}{8} \Rightarrow \underline{\underline{b=\frac{3}{16}}}$

in I: $a=\frac{5}{16}-\frac{3}{16}=\frac{2}{16}=\underline{\underline{\frac{1}{8}}}$

c) $Var(Z)=4\cdot 0{,}5\cdot 0{,}5=1< Var(Y) \Rightarrow$ Auch die Standardabweichung ist bei Z kleiner.

Z hat also eine **geringere Streuung** um den Erwartungswert.