

### Stochastik Aufgabengruppe 1

$$1 \quad P(A) = \frac{2250}{6250} = \frac{9}{25} = 0,36; \quad P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,46; \quad P_A(B) = \frac{2}{3}$$

Die bedingte Wahrscheinlichkeit muss umgerechnet werden:

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{P(A \cap B)}{0,36} \Rightarrow P(A \cap B) = 0,24$$

Bekannte Größen sind grün gedruckt:

	A	$\bar{A}$	
B	0,24	0,18	0,42
$\bar{B}$	0,12	0,46	0,58
	0,36	0,64	1

$$P(A) \cdot P(B) = 0,36 \cdot 0,42 = 0,1512 \neq P(A \cap B)$$

$\Rightarrow A, B$  sind stochastisch abhängig

2

a) Bernoulli-Kette der Länge .

X: Anzahl der Haushalte, die noch nicht über einen schnellen Internetanschluss verfügen.

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - \sum_{i=0}^1 B(10; 0,2; i) \stackrel{TW}{=} 1 - 0,37581 = \underline{\underline{0,62419 \approx 62,4\%}}$$

$$P(X = 2) = B(10; 0,2; 2) \stackrel{TW}{=} \underline{\underline{0,30199 \approx 30,2\%}}$$

b) Ereignis: Entweder haben alle 10 Haushalte oder keiner einen schnellen Internetanschluss.

$$c) \quad P(X \geq 1) > 0,99 \Rightarrow 1 - P(X = 0) > 0,99 \Rightarrow P(X = 0) < 0,01$$

$$\Rightarrow \binom{n}{0} \cdot 0,01^0 \cdot 0,99^n < 0,01 \Rightarrow 0,99^n < 0,01 \Rightarrow n \cdot \ln 0,99 < \ln 0,01$$

$$\Rightarrow n > \frac{\ln 0,01}{\ln 0,99} = 458,21\dots$$

Es müssen **mindestens 459** Haushalte angeschrieben werden.

3

- a) In der Nähe des Erwartungswertes liegen die Ergebnisse mit den höchsten Wahrscheinlichkeiten. Für  $b = 0$  gilt:  $2a + \frac{3}{8} = 1 \Rightarrow 2a = \frac{5}{8} \Rightarrow a = \frac{5}{16} < \frac{3}{8}$

Für  $a = 0$  entsprechend:  $b = \frac{5}{16}$

$\frac{3}{8}$  ist also die höchste Wahrscheinlichkeit, daher beträgt der Erwartungswert 2.

b)  $2a + 2b + \frac{3}{8} = 1 \Rightarrow 2a + 2b = \frac{5}{8} \Rightarrow a + b = \frac{5}{16} \Rightarrow a = \frac{5}{16} - b$  (I)

$$0^2 \cdot a + 1^2 \cdot b + 2^2 \cdot \frac{3}{8} + 3^2 \cdot b + 4^2 \cdot a - 2^2 = \frac{11}{8} \Rightarrow b + \frac{3}{2} + 9b + 16a - 4 = \frac{11}{8}$$

$$\Rightarrow 10b + 16a = \frac{31}{8} \text{ (II)}$$

$$\text{I in II: } 10b + 16\left(\frac{5}{16} - b\right) = \frac{31}{8} \Rightarrow 10b + 5 - 16b = \frac{31}{8} \Rightarrow -6b = -\frac{9}{8} \Rightarrow b = \underline{\underline{\frac{3}{16}}}$$

$$\text{in I: } a = \frac{5}{16} - \frac{3}{16} = \frac{2}{16} = \underline{\underline{\frac{1}{8}}}$$

- c)  $\text{Var}(Z) = 4 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 1 < \text{Var}(Y) \Rightarrow$  Auch die Standardabweichung ist bei Z kleiner.  
Z hat also eine **geringere Streuung** um den Erwartungswert.