Analysis Aufgabengruppe 1

1 $h(x) = x \cdot \ln(x^2)$;

a) $D_h = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$$h'(x) = 1 \cdot \ln(x^2) + x \cdot \frac{1}{x^2} \cdot 2x \;= \underline{\underline{\ln(x^2) + 2}}$$

b) $\underline{h'(x) = 0}$: $\ln(x^2) + 2 = 0 \;\Rightarrow \ln(x^2) = -2 \;\Rightarrow x^2 = e^{-2}$

$$\Rightarrow x' = -\sqrt{e^{-2}} \;\; (x < 0!) \;= -e^{-2\cdot\frac{1}{2}} = -e^{-1} = -\frac{1}{e}$$

$$h\left(-\frac{1}{e}\right) = -\frac{1}{e} \cdot \ln\left(-\frac{1}{e}\right)^2 \;= -\frac{1}{e} \cdot \ln(e^{-2}) \;= \frac{2}{e}$$

Im II. Quadranten gibt es nur eine Stelle mit waagrechter Tangente, also muss es sich hier um den Hochpunkt handeln.

$$\Rightarrow \underline{\underline{HOP\left(-\frac{1}{e} / \frac{2}{e}\right)}}$$

2

a) An einer Wendestelle hat der Graph einer Funktion die maximale Steigung oder das stärkste Gefälle. Der Graph der Ableitung hat dort einen Extrempunkt. Der gegebene Graph der Ableitung hat nur eine Extremstelle bei $x' = 5$.
Die Funktion f hat daher genau eine Wendestelle.

b) Es muss gelten: $f'(x) = 1$. Aus dem Graphen der Ableitung ergibt sich:

$\underline{\underline{x_1 \approx 2}}$; $\underline{\underline{x_2 \approx 7}}$

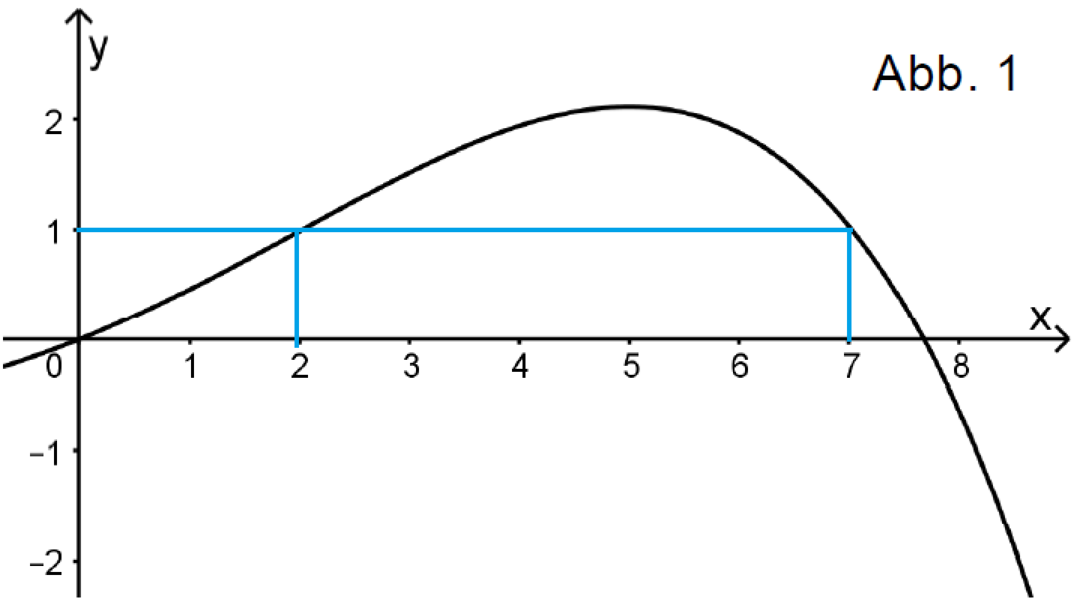
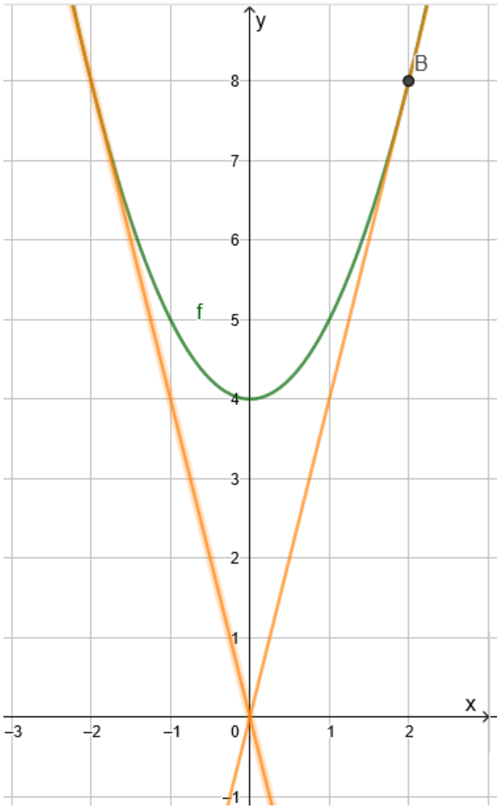


Abb. 1

3

a)



$\underline{f(x) = g_4(x)}:\ x^2 + 4 = 4x \quad \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \ \Rightarrow (x-2)^2 = 0 \ \Rightarrow x_{1/2} = 2$

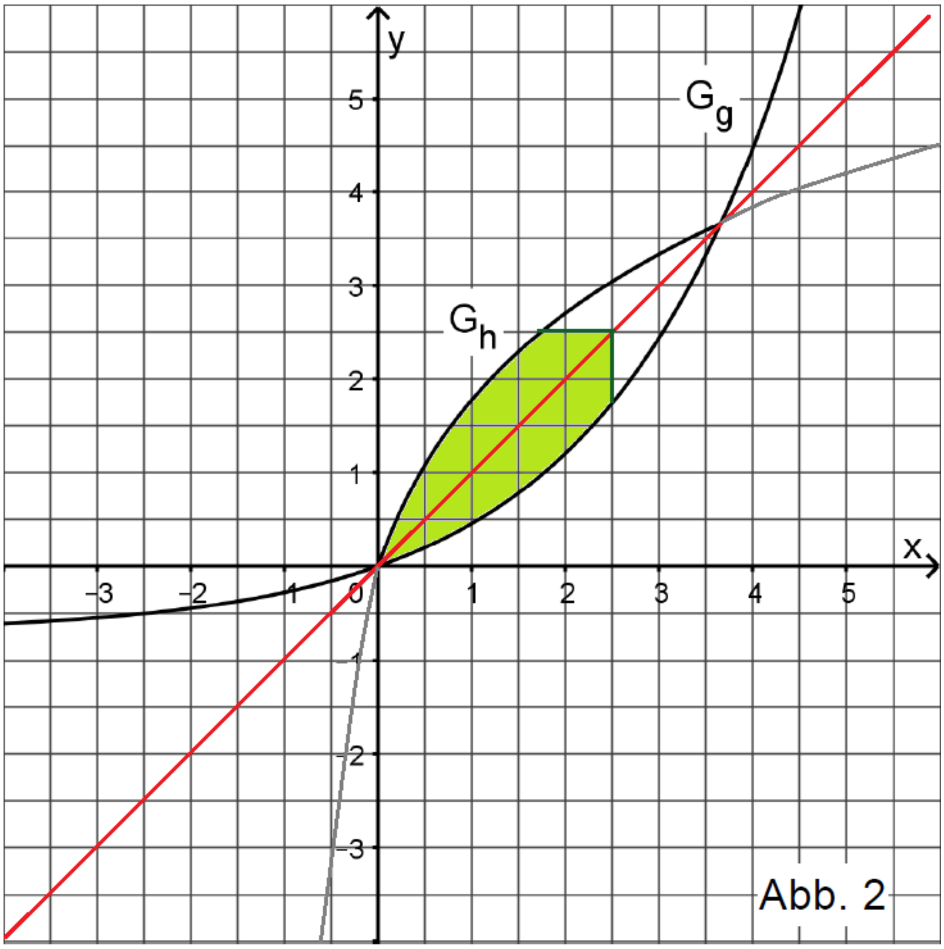
$g_4(2) = 4 \cdot 2 = 8 \quad \Rightarrow \underline{\underline{B(2/8)}}$

Es handelt sich um einen Berührpunkt.

b) Keinen gemeinsamen Punkt gibt es, wenn die Gerade flacher verläuft als g_4 oder flacher als die symmetrische Gerade g_{-4}, wenn also gilt: $-4 < m < 4$

4

a) b)



c) $K(x) = \frac{x^2}{2} - \left(0{,}7e^{0{,}5x} \cdot 2 - 0{,}7x\right) = \underline{\underline{-1{,}4e^{0{,}5x} + 0{,}5x^2 + 0{,}7x}}$