

**Analysis Aufgabengruppe 1**

1  $f(x) = \frac{e^{2x}}{x}; f'(x) = \frac{x \cdot e^{2x} \cdot 2 - e^{2x} \cdot 1}{x^2} = \frac{e^{2x}(2x-1)}{x^2}$

$f'(x) = 0: \underbrace{e^{2x}}_{\neq 0} (2x-1) = 0 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x' = \frac{1}{2}$

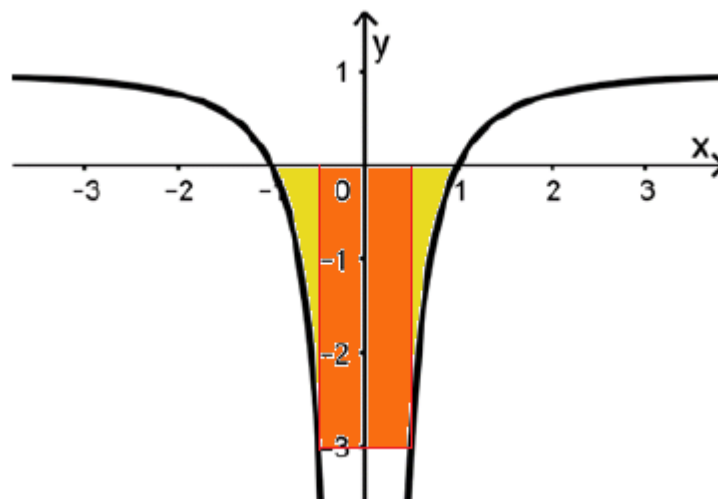
$f'\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{\overset{>0}{e^{\frac{1}{2}}}\overset{<0}{\left(\frac{1}{2}-1\right)}}{\underbrace{\left(\frac{1}{4}\right)^2}_{>0}} < 0; f'(1) = \frac{\overset{>0}{e^2}\overset{>0}{(2-1)}}{\underbrace{1^2}_{>0}} > 0; f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{e^1}{\frac{1}{2}} = 2e \Rightarrow \underline{\underline{TIP\left(\frac{1}{2} / 2e\right)}}$

2  $f(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$

a)  $f(x) = -3: 1 - \frac{1}{x^2} = -3 \Rightarrow \frac{1}{x^2} = 4 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow x_{1/2} = \pm \frac{1}{2}$

Einer der beiden Schnittpunkte hat also die x-Koordinate  $\frac{1}{2}$ .

b) Hier handelt es sich nicht um eine „Wurstfläche“! Denn es ist nicht die Fläche zwischen den Schnittpunkten der beiden Graphen gesucht. Wegen der Achsensymmetrie berechnen wir zunächst die halbe Fläche. Diese setzt sich zusammen aus einem Rechteck mit den Seiten 0,5 und 3 und dem Integral von f zwischen 0,5 und 1:



$\int_{0,5}^1 f(x) dx = \int_{0,5}^1 1 - \frac{1}{x^2} dx = \left[ x + \frac{1}{x} \right]_{0,5}^1 = [1+1] - [0,5+2] = 2 - 2,5 = -0,5$

$\Rightarrow \frac{1}{2}A = 0,5 \cdot 3 + 0,5 \Rightarrow A = 3 + 1 = \underline{\underline{4}}$

3

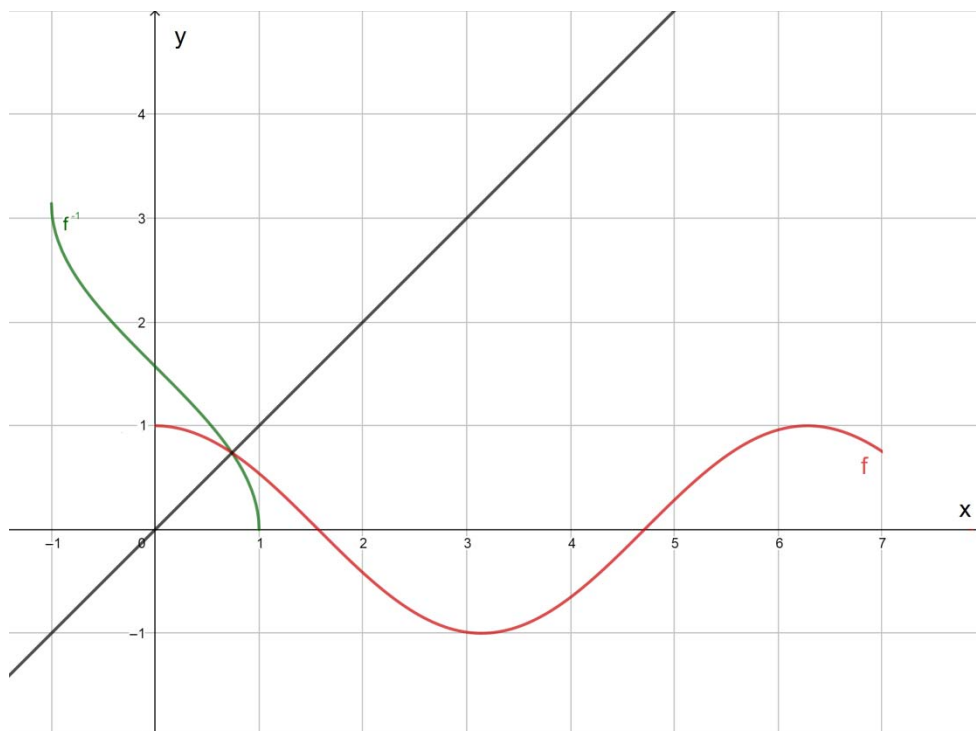
- a) Der Graph von  $f$  hat bei  $x = -2$  einen HOP, daher muss der Graph der 1. Ableitung dort eine einfache Nullstelle mit Vorzeichenwechsel vom Positiven ins Negative haben. Abb. II scheidet daher aus.

Der Graph der Abb. III enthält den Punkt  $(0 / -2)$ . Die Tangentensteigung des Graphen von  $f$  im Ursprung ist aber nicht  $-2$ , sondern der Graph fällt weniger stark. Daher scheidet auch Abb. III aus und Abb. I muss den Graphen der 1. Ableitung darstellen.

- b) Im Intervall  $[1;3]$  verläuft der Graph von  $f$ , also der 1. Ableitung von  $F$ , unterhalb der  $x$ -Achse. Daher ist  $F$  in diesem Intervall streng monoton **abnehmend**.

4

- a)  $h_k$  ist umkehrbar, wenn die Funktion streng monoton ist. Für  $x \geq 0$  fällt der Graph von  $h_k$  und zwar bis  $x = \pi$ . Der größtmögliche Wert ist daher  $k = \pi$ .



- b) Keinen gemeinsamen Punkt haben Funktion und Umkehrfunktion, wenn die Funktion die Winkelhalbierende des I. und IV. Quadranten nicht schneidet. Außerdem muss die Funktion streng monoton zu- oder abnehmen.

In Betracht kommen z.B.:  $j(x) = e^x$  oder  $j(x) = \ln x$ .