Geometrie Aufgabengruppe 1

1

a) Einsetzen des Mittelpunkts und des Radius in die Kugelformel ergibt:
$K: (x_1-1)^2+(x_2-4)^2+(x_3-0)^2=36$

Wir setzen nun P in die Kugelgleichung ein:
$(5-1)^2+(1-4)^2+(p-0)^2=36 \quad \Rightarrow 16+9+p^2=36 \quad \Rightarrow p^2=11 \quad \Rightarrow \underline{\underline{p_{1/2}=\pm\sqrt{11}}}$

b) Aufpunkt der Gerade g ist der Berührpunkt B. Der Richtungsvektor von g steht senkrecht auf dem Vektor $\overrightarrow{BM}$, daher ist deren Skalarprodukt null.
Da es unendlich viele solche Geraden gibt und keine bestimmte gesucht ist, können wir zwei Koordinaten des Richtungsvektors frei wählen.

$$\overrightarrow{BM}=\begin{pmatrix}1-(-3)\\4-8\\0-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\-4\\-2\end{pmatrix}$$

$$\underline{\overrightarrow{BM}\circ\vec{u}=0}: \begin{pmatrix}4\\-4\\-2\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}1\\0\\u_3\end{pmatrix}=0 \quad \Rightarrow 4-0-2u_3=0 \Rightarrow u_3=2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{g:\vec{X}=\begin{pmatrix}-3\\8\\2\end{pmatrix}+\lambda\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix}}}$$

2 $$g_a:\vec{X}=\begin{pmatrix}2\\a-4\\4\end{pmatrix}+\lambda\cdot\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}$$

a) Die x_1x_2-Ebene hat die Gleichung $x_3=0$. Daher gilt: $4+\lambda=0 \Rightarrow \lambda=-4$

Für den Ortsvektor des Schnittpunkts S gilt:
$$\vec{S}=\begin{pmatrix}2\\a-4\\4\end{pmatrix}-4\cdot\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-6\\a+4\\0\end{pmatrix} \Rightarrow \underline{\underline{S(-6/a+4/0)}}$$

b) Für alle Punkte der x_3-Achse gilt: $x_1=x_2=0$

I: $2+2\lambda=0 \Rightarrow \lambda=-1$
II: $a-4-2\lambda=0 \Rightarrow a=2\lambda+4$

I in II: $a=-2+4=2 \Rightarrow \vec{T}=\begin{pmatrix}2\\2-4\\4\end{pmatrix}-1\cdot\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\3\end{pmatrix} \Rightarrow \underline{\underline{T(0/0/3)}}$

