Stochastik Aufgabengruppe 2

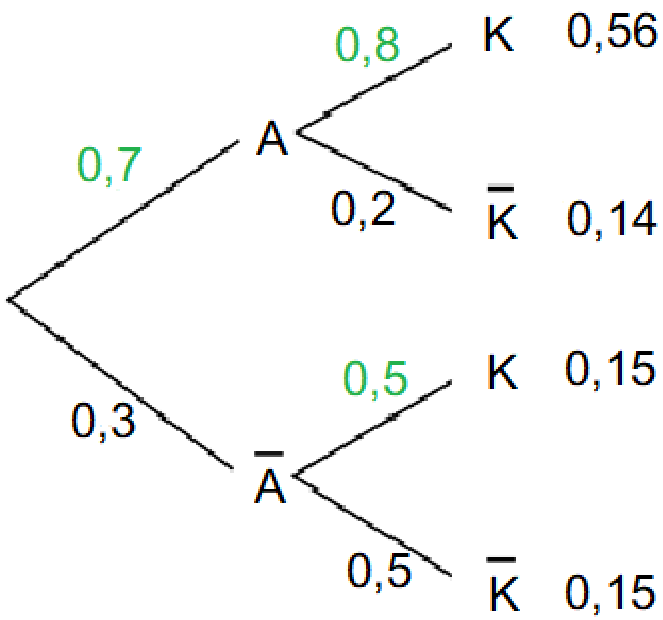
1 K: Abonnent hat das Komplettpaket gewählt

$\overline{K}$: Abonnent hat nur das Spielfilmpaket gewählt

A: Abonnent ist höchstens 40 Jahre alt

$\overline{A}$: Abonnent ist älter als 40 Jahre

a) Bekannt ist: $P(A) = 0{,}7; \quad P_A(K) = 0{,}8; \quad P_{\overline{A}}(K) = 0{,}5$



b) $P_K(A) = \frac{P(A \cap K)}{P(K)} = \frac{0{,}56}{0{,}56 + 0{,}15} = \underline{\underline{0{,}78873 \approx 78{,}9\,\%}}$

c) Eine klassische 3-mal-mindestens-Aufgabe:

X: Anzahl der Abonnenten, die älter als 40 Jahre sind

$P(X \geq 1) \geq 0{,}99 \;\Rightarrow P(X = 0) \leq 0{,}01$

$\Rightarrow \binom{n}{0} \cdot 0{,}3^0 \cdot 0{,}7^n \leq 0{,}01 \quad \Rightarrow 0{,}7^n \leq 0{,}01 \quad \Rightarrow n \cdot \ln 0{,}7 \leq \ln 0{,}01$

$\Rightarrow n \geq \frac{\ln 0{,}01}{\ln 0{,}7} = 12{,}911\ldots$

Man müsste **mindestens 13** Abonnenten zufällig auswählen.

 © Marcus ter Haerst

2

a) Testgröße: Anzahl der zufriedenen Abonnenten; $n = 200$

Nullhypothese	Gegenhypothese
H_0: $p \le 0{,}6$	H_1: $p > 0{,}6$
$A = \{0;1;...;k\}$	$\overline{A} = \{k+1;k+2;...;200\}$

Der Fehler 1. Art, also der Fehler, der auf jeden Fall vermieden werden soll, besteht darin, dass die Nullhypothese irrtümlich abgelehnt wird. D.h. dass auf jeden Fall vermieden werden soll, dass angenommen wird, der Algorithmus habe den Anteil der zufriedenen Kunden erhöht, obwohl dies nicht der Fall ist.
Im Vordergrund stand daher das Interesse, dass der Algorithmus möglichst nur dann dauerhaft eingesetzt werden soll, wenn er die Zufriedenheit der Abonnenten tatsächlich erhöht.

b) Zum Verständnis hilft der „normale" Ansatz zum Bestimmen des Ablehnungsberichs:

$$P(X \ge k+1) \le 0{,}05 \Rightarrow 1 - \sum_{i=0}^{k} B(200;0{,}6;i) \le 0{,}05 \Rightarrow \sum_{i=0}^{k} B(200;0{,}6;i) \ge 0{,}95$$

Damit sich (beim Nachschlagen im Tafelwerk) k + 1 = 132 bzw. k = 131 ergibt, muss zusätzlich gelten:

$$P_{0,6}^{200}(Y \le 132) > 1 - 0{,}047 \quad \text{sowie } P_{0,6}^{200}(Y \le 130) < 0{,}95$$

Beide Bedingungen sind erfüllt, wie Nachschlagen im Tafelwerk ergibt.

c) Beim Fehler 2. Art wird die Nullhypothese irrtümlich angenommen. Es gilt:

$$P(X \le 131) = \sum_{i=0}^{131} B(200;p > 0{,}6;i)$$

Nachschlagen im Tafelwerk ergibt z.B.:

$$p = 0{,}65: \; P(X \le 131) = 0{,}58520 > 0{,}5$$

Die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 2. Art kann also mehr als 50 % betragen.

 © Marcus ter Haerst

3 26 Groß- und Kleinbuchstaben, 10 Ziffern, 18 Sonderzeichen

a) Wenn nur Kleinbuchstaben verwendet werden, gibt es für ein 8-stelliges Passwort 26^8 Möglichkeiten.

Ohne diese Einschränkung sind es 80^8 Möglichkeiten.

Der Anteil beträgt $\frac{26^8}{80^8} = 0{,}0001244....$, also weniger als ein Tausendstel.

b) Eine anspruchsvolle Kombinatorik-Aufgabe:

Es müssen insgesamt zwei Plätze des Passwortes ausgewählt werden, die mit Zeichen, die nicht im Namen enthalten sind, besetzt werden.

Dafür gibt es $\binom{8}{2}$ Möglichkeiten.

Für den ersten dieser beiden Plätze verbleiben 25 Großbuchstaben, 20 Kleinbuchstaben, 10 Ziffern und 18 Sonderzeichen, insgesamt also 73 Möglichkeiten. Somit verbleiben für den zweiten Platz 72 Möglichkeiten.

Das sind insgesamt $\binom{8}{2} \cdot 73 \cdot 72 = 147168$ mögliche Kennwörter.

 © Marcus ter Haerst