Stochastik Aufgabengruppe 1

a) Es liegt eine Bernoulli-Kette vor mit $n = 200,\ p = P(\text{"Retoure"}) = 0{,}2$.

Mehr als ein Viertel heißt mehr als $\frac{1}{4} \cdot 200 = 50$.

$$P(X > 50) = P(X \geq 51) = 1 - P(X \leq 50) = 1 - \sum_{i=0}^{50} B(200; 0{,}2; i)$$

$$\overset{TW}{=} 1 - 96550 = \underline{\underline{0{,}0345 \approx 3{,}5\,\%}}$$

b) $1 - \sum_{i=0}^{8} \binom{30}{i} \cdot 0{,}2^i \cdot 0{,}8^{30-i}$:

analog zu a) bietet sich an:

Zufallsexperiment: Es werden 30 Pakete zufällig ausgewählt.

Ereignis: „Unter 30 Paketen sind mehr als acht Retouren.“

c) Eine klassische 3-mal-mindestens-Aufgabe:
Die Wahrscheinlichkeit für ein Retourenpaket beträgt 20 % (s.o.).

$$P(X \geq 1) > 0{,}9 \ \Rightarrow P(X = 0) < 0{,}1$$

$$\Rightarrow \binom{n}{0} \cdot 0{,}2^0 \cdot 0{,}8^n < 0{,}1 \ \Rightarrow 0{,}8^n < 0{,}1 \ \Rightarrow n \cdot \ln 0{,}8 < \ln 0{,}1$$

$$\Rightarrow n > \frac{\ln 0{,}1}{\ln 0{,}8} = 10{,}3188...$$

Es müssen also **mindestens 11** Pakete ausgewählt werden.

d) Es gilt: $P_R(K) = 0{,}91 \Rightarrow \frac{P(K \cap R)}{P(R)} = 0{,}91 \Rightarrow \frac{P(K \cap R)}{0{,}2} = 0{,}91 \Rightarrow P(K \cap R) = 0{,}182$

Bekannte Größen sind grün gedruckt;

	R	$\overline{R}$	
K	0,182	0,308	0,49
$\overline{K}$	0,018	0,492	0,51
	0,2	0,8	1

$$P_{\overline{R}}(K) = \frac{P(\overline{R} \cap K)}{P(\overline{R})} = \frac{0{,}308}{0{,}8} = \underline{\underline{0{,}385 = 38{,}5\,\%}}$$

e) Es handelt sich um das Problem „Nacheinander Ziehen ohne Zurücklegen“:

E: „Die ersten beiden Pakete sind Retouren“

$$P(E)=\frac{6}{25}\cdot\frac{5}{24}=\frac{1}{20}=\underline{\underline{0{,}05=5\%}}$$

f) Ein nicht ganz einfach zu erkennendes Ausschussproblem:

$$P(F)=\frac{\binom{6}{2}\cdot\binom{19}{8}+\binom{6}{3}\cdot\binom{19}{7}}{\binom{25}{10}}=\underline{\underline{0{,}65514\approx 65{,}5\%}}$$

2

X	1	2	3	4	5
$P(X=x)$	p_1	p_2	p_3	0,2	0,15

I $\quad p_1+p_2+p_3=0{,}65$

II $\quad p_1+2p_2+3p_3=1{,}45$

III $\quad 4p_1+p_2=0{,}6 \quad\Rightarrow p_2=0{,}6-4p_1\ \ (\text{III}')$

III' in I $\quad p_1+0{,}6-4p_1+p_3=0{,}65 \Rightarrow -3p_1+0{,}6+p_3=0{,}65 \quad\Rightarrow p_3=0{,}05+3p_1\ \ (\text{I}')$

I' und III' in II $\quad p_1+2(0{,}6-4p_1)+3(0{,}05+3p_1)=1{,}45$

$\Rightarrow p_1+1{,}2-8p_1+0{,}15+9p_1=1{,}45 \quad\Rightarrow 2p_1=0{,}1\Rightarrow \underline{\underline{p_1=0{,}05}}$

in III': $\quad p_2=0{,}6-4\cdot 0{,}05 \Rightarrow \underline{\underline{p_2=0{,}4}}$

in I': $\quad p_3=0{,}05+3\cdot 0{,}05 \Rightarrow \underline{\underline{p_3=0{,}2}}$

$$E(X)=1\cdot 0{,}05+2\cdot 0{,}4+3\cdot 0{,}2+4\cdot 0{,}2+5\cdot 0{,}15=\underline{\underline{3}}$$

$$Var(X)=1^2\cdot 0{,}05+2^2\cdot 0{,}4+3^2\cdot 0{,}2+4^2\cdot 0{,}2+5^2\cdot 0{,}15-3^2=\underline{\underline{1{,}4}}$$

