Analysis Aufgabengruppe 2

1 $f(x)=\frac{x^2-9}{x+2};\ D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$

a) **Nullstellen**

$\underline{f(x)=0}:\ x^2-9=0 \Rightarrow x^2=9 \Rightarrow \underline{\underline{x_{1/2}=\pm 3}}$

Schnittpunkt mit der y-Achse

$f(0)=\frac{0^2-9}{0+2}=-\frac{9}{2} \Rightarrow \underline{\underline{T(0/-4,5)}}$

b) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x^2-9}{x+2}=\text{"}\frac{\infty^2}{-\infty^1}\text{"}=\underline{\underline{-\infty}}$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2-9}{x+2}=\text{"}\frac{\infty^2}{\infty^1}\text{"}=\underline{\underline{+\infty}}$

2 $g(x)=x^3+x^2=x^2\cdot(x+1)$

a) $\underline{\underline{g'(x)=3x^2+2x}}$

b) Gesucht ist die Fläche im II. Quadranten zwischen den Nullstellen:

$$\int_{-1}^{0} g(x)=\int_{-1}^{0} x^3+x^2\ dx=\left[\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}\right]_{-1}^{0}=0-\left[\frac{(-1)^4}{4}+\frac{(-1)^3}{3}\right]$$
$$=-\left[\frac{1}{4}-\frac{1}{3}\right]=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{4}{12}-\frac{3}{12}=\frac{1}{12} \Rightarrow \underline{\underline{A=\frac{1}{12}}}$$

3 $h(x)=\sqrt{x+3}-2;\ D_h=[-3;\infty[$

a) Der Graph von h geht aus dem Graphen von $w(x)=\sqrt{x}$ durch Verschieben um 3 LE nach links und um 2 LE nach unten hervor.

b) Der Graph von h ist wie der von w streng monoton steigend. Daher ist h umkehrbar. Der Graph der Umkehrfunktion von h geht aus dem Graphen von h durch Spiegeln an der Winkelhalbierenden des I. und III. Quadranten (y = x) hervor.

$\underline{\underline{D_{h^{-1}}=W_h=[-2;\infty[}};\ \underline{\underline{W_{h^{-1}}=D_h=[-3;\infty[}}$

4 $f_a(x) = ax^2$; $f_a'(x) = 2ax$

a) Der y-Achsenabschnitt lässt sich direkt ablesen, die Steigung ergibt sich durch ein Steigungsdreieck: $\underline{\underline{t(x) = 4x - 8}}$

b) Für die Tangente gilt: $m = f_a'(u) = 2au$; $f_a(u) = au^2$

In die allg. Geradengleichung eingesetzt: $au^2 = 2au \cdot u + t \Rightarrow t = au^2 - 2au^2$

$\Rightarrow t = -au^2 = \underline{\underline{-f_a(u)}}$

Der Schnittpunkt einer Tangente mit der y-Achse ist also $(0 / -f_a(u))$.