Analysis Aufgabengruppe 1

1 $f(x) = 8x^3 + 3x$

a) $f'(x) = 24x^2 + 3;\quad f'(1) = 24 + 3 = \underline{\underline{27}}$

b) Wir brauchen zunächst die Menge aller Stammfunktionen:

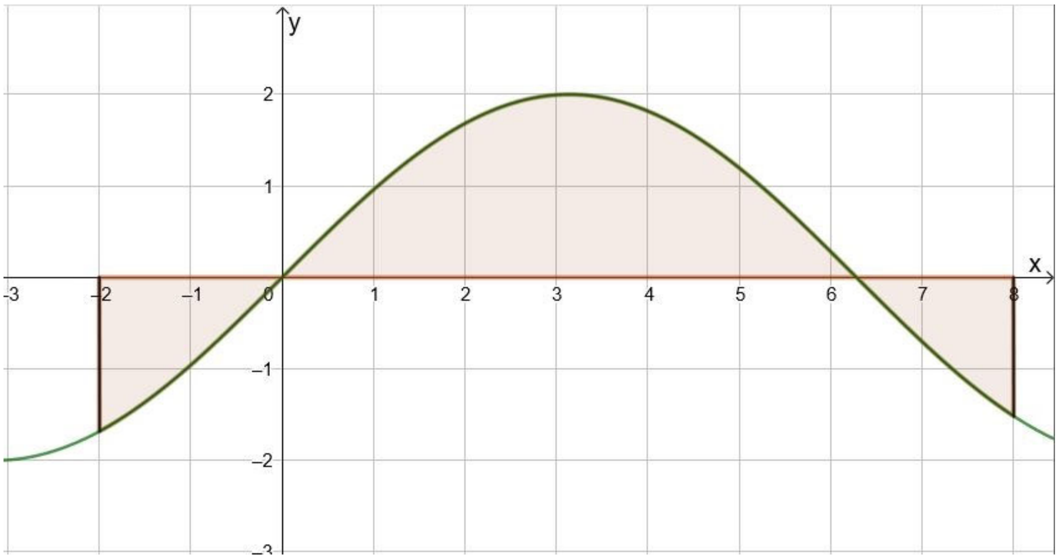
$$F_C(x) = 8 \cdot \frac{x^4}{4} + 3 \cdot \frac{x^2}{2} + C = 2x^4 + \frac{3}{2}x^2 + C$$

Nun setzen wir den gegebenen Punkt ein:

$$5 = 2 \cdot (-1)^4 + \frac{3}{2} \cdot (-1)^2 + C \quad \Rightarrow 5 = 2 + \frac{3}{2} + C \quad \Rightarrow C = 1{,}5 \quad \Rightarrow \underline{\underline{F(x) = 2x^4 + 1{,}5x^2 + 1{,}5}}$$

2 $g(x) = 2\sin\left(\frac{1}{2}x\right)$

a) $\int_{-2}^{8} g(x)dx$



Das Integral ist positiv, wenn die Fläche zwischen Graph und x-Achse oberhalb der x-Achse größer ist als die Summe der beiden Flächenstücke unterhalb der x-Achse. Kästchenzählen ergibt für die obere Fläche ca. 8 FE und für die Summe der unteren Flächenstücke ca. 3 FE. Die obere Fläche überwiegt also. Das Integral ist somit positiv.

b) **Tangente im Ursprung**

Hierfür benötigen wir die Steigung. Diese ist identisch mit der Ableitung von g an der Stelle $x = 0$.

$$g'(x) = 2\cos\left(\frac{1}{2}x\right) \cdot \frac{1}{2} = \cos\left(\frac{1}{2}x\right); \quad g'(0) = \cos(0) = 1 \quad \Rightarrow t(x) = x$$

Da $t(1) = 1$ und $t(-1) = -1$, geht die Tangente durch die angegebenen Punkte.

3 $f_a(x) = x \cdot e^{ax}$

a) $\underbrace{x}_{<0} \cdot \underbrace{e^{ax}}_{>0} < 0$

Der Graph von f_a verläuft für $x < 0$ daher stets unterhalb der x-Achse.

b) Für $a > 0$ gilt: $\lim\limits_{x\to\infty} f_a(x) = \lim\limits_{x\to\infty} \underbrace{x}_{\to\infty} \cdot \underbrace{e^{\overbrace{ax}^{\to\infty}}}_{\to\infty} = \infty$

Dies ist nur mit Abb. 2 in Einklang zu bringen, denn Abb. 1 hat für große x eine waagrechte Asymptote (x-Achse).

4

a) $W = [-2;4]$

Da die Grenzen eingeschlossen sind, bietet sich eine sin-Funktion an. Dabei ist die Amplitude zu verdreifachen und der Graph dann um 1 nach oben zu verschieben.

Es ergibt sich: $\underline{\underline{f(x) = 3\sin x + 1}}$

b) Es soll gelten: $\sqrt{h(x)}$ ist definiert in $[-2;4]$.

h muss immer positiv oder null sein. Hier kommt eine nach unten geöffnete Parabel mit den Nullstellen $x = -2$ und $x = 4$ in Betracht: $\underline{\underline{h(x) = -(x+2)(x-4)}}$