# Stochastik Aufgabengruppe 1

1 $P(A)=\frac{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3}{6^4}$; A: „Alle vier Familien zahlen an unterschiedlichen Kassen."

$P(B)=\frac{6}{6^4}$; B: „Alle vier Familien zahlen an derselben Kasse."

2

a) $P(X\geq 25)=1-P(X\leq 24) \;=1-\sum_{i=0}^{24}B(200;0{,}15;i) \overset{TW}{=} 1-0{,}13682=\underline{\underline{0{,}86318\approx 86{,}3\%}}$

b) Hier ist die Kettenlänge 5! Und es ist bekannt, wo der Treffer ist, nämlich an fünfter Stelle.

$P(B)=0{,}85^4\cdot 0{,}15^1 \;=\underline{\underline{0{,}07830\approx 7{,}8\%}}$

c) Erwartungswert

$\mu=E(X)=200\cdot 0{,}15=30$

Es soll gelten: $P(30-c\leq X\leq 30+c)\geq 0{,}75$

$\Rightarrow P(X\leq 30+c)-P(X\leq 30-c-1)\geq 0{,}75$

$\Rightarrow \sum_{i=0}^{30+c}B(200;0{,}15;i)-\sum_{i=0}^{29-c}B(200;0{,}15;i)\geq 0{,}75$

Für $c=3$ gilt z.B.: $\sum_{i=0}^{33}B(200;0{,}15;i)-\sum_{i=0}^{26}B(200;0{,}15;i)\overset{TW}{=} 0{,}75963-0{,}24797<0{,}75$

Für $c=5$ gilt: $\sum_{i=0}^{35}B(200;0{,}15;i)-\sum_{i=0}^{24}B(200;0{,}15;i)\overset{TW}{=} 0{,}86127-0{,}13682$

$=0{,}72445<0{,}75$

Für $c=6$ gilt: $\sum_{i=0}^{36}B(200;0{,}15;i)-\sum_{i=0}^{23}B(200;0{,}15;i)\overset{TW}{=} 0{,}89872-0{,}09592$

$=0{,}8028>0{,}75$

Der kleinste symmetrisch um den Erwartungswert liegende Bereich lautet also $\underline{\underline{24\leq X\leq 36}}$.

3

| *Sektor* | *N* | *K* | *E* |
|---|---|---|---|
| Gewinn in € | 0,00 | 28,00 | 36,00 |
| p | $\frac{1}{6}\cdot\frac{160}{360}=\frac{2}{27}$ | $\frac{1}{6}\cdot\frac{\varphi}{360}$ | $\frac{1}{6}\cdot\frac{360-160-\varphi}{360}=\frac{1}{6}\cdot\frac{200-\varphi}{360}$ |

Für den Erwartungswert der Zufallsgröße „Gewinn in €“ gilt:

$$0{,}00\cdot\frac{2}{27}+28{,}00\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{\varphi}{360}+36{,}00\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{200-\varphi}{360}=3{,}00\ \Rightarrow\ \frac{7\varphi}{540}+\frac{200-\varphi}{60}=3$$

$$\Rightarrow 7\varphi+9(200-\varphi)=1620\ \ \Rightarrow 7\varphi+1800-9\varphi=1620\ \Rightarrow -2\varphi=-180\ \Rightarrow \underline{\underline{\varphi=90^0}}$$

Der Mittelpunktswinkel des Sektors K misst $90^0$,
der des Sektors E $360^0-160^0-90^0=110^0$.

4

a) P("Nicht alle drei Anstecker haben dasselbe Motiv")

$=1-P(\text{"Alle drei Anstecker haben dasselbe Motiv"})$

$=1-5\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{5}=1-\frac{1}{25}=\underline{\underline{\frac{24}{25}}}$

b) Für $n=5$ ergibt sich z.B.:

P("Drei verschiedene Motive") $=\frac{5\cdot4\cdot3}{5^3}$

Und allgemein:

P("Drei verschiedene Motive") $=\frac{n\cdot(n-1)\cdot(n-2)}{n^3}=\underline{\underline{\frac{(n-1)\cdot(n-2)}{n^2}}}$

c) Es muss gelten: $\frac{(n-1)\cdot(n-2)}{n^2}>0{,}9\ \Rightarrow (n-1)\cdot(n-2)>0{,}9n^2$

$\Rightarrow n^2-n-2n+2>0{,}9n^2\ \Rightarrow 0{,}1n^2-3n+2>0$

Interpretiert man die linke Seite als nach oben geöffnete Parabel, so ist diese positiv rechts der größeren und links der kleineren Nullstelle.

$$0{,}1n^2-3n+2=0\Rightarrow n_{1/2}=\frac{3\pm\sqrt{(-3)^2-4\cdot0{,}1\cdot2}}{2\cdot0{,}1}=\frac{3\pm\sqrt{8{,}2}}{0{,}2}$$

Es kommt nur die größere Lösung in Betracht, also $n>\frac{3+\sqrt{8{,}2}}{0{,}2}=29{,}31782...$

Da n ganzzahlig sein muss, muss n **mindestens 30** sein.

*Hinweis: Es handelt sich **nicht** um eine 3-mal-mindestens-Aufgabe, denn es geht nicht um **mindestens einen** Treffer bei einer **Bernoulli-Kette**!*

 