Stochastik Aufgabengruppe 2

1

a) Eine reine Kombinatorik-Aufgabe mit der Durchreich-Problematik:
Es gibt $(9-3+1)\cdot 3!\cdot 6! = 30.240$ verschiedene Möglichkeiten der Aufstellung.

b) Max geht vom Modell „Ziehen mit Zurücklegen" aus.

$$\binom{10}{5}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^5\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^5 = 0{,}13656 \approx 13{,}7\,\%$$

Bei 11 Spielern pro Mannschaft ergeben sich insgesamt 99 Spieler, davon sind $\frac{2}{3}$, also 66 männlich. Für die tatsächliche Wahrscheinlichkeit ergibt sich:

$$\frac{\binom{66}{5}\cdot\binom{33}{5}}{\binom{99}{10}} = \underline{\underline{0{,}13615 \approx 13{,}6\,\%}}$$

Die Abweichung der beiden Wahrscheinlichkeiten ist geringfügig.

2

a) $P(T\cap E) = 0{,}45$; $P(\overline{T}\cap E) = 0{,}15$; $P_T(E) = 0{,}9$

Die bedingte Wahrscheinlichkeit lässt sich umrechnen:

$$P_T(E) = \frac{P(T\cap E)}{P(T)} \Rightarrow 0{,}9 = \frac{0{,}45}{P(T)} \Rightarrow P(T) = 0{,}5$$

Die Darstellung in einer Vierfeldertafel ist nicht zwingend, aber übersichtlich. Bekannte Größen sind grün gedruckt:

	T	$\overline{T}$	
E	0,45	0,15	0,6
$\overline{E}$	0,05	0,35	0,4
	0,5	0,5	1

$$P(T)\cdot P(E) = 0{,}5\cdot 0{,}6 = 0{,}3 \neq P(T\cap E)$$

$\Rightarrow T, E$ sind stochastisch **abhängig**.

b) $A = \overline{T}\cap\overline{E}$
$B = (T\cap\overline{E})\cup(\overline{T}\cap E)$

3

a) Joe gewinnt, wenn er mindestens 3 Treffer erzielt.

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - \sum_{i=0}^{2} B(6;0,2;i) \overset{TW}{=} 1 - 0,90112 = \underline{\underline{0,09888 \approx 9,9\,\%}}$$

Das mathematische Modell entspricht im Allgemeinen nicht der Realität, da eine konstante Trefferquote unrealistisch ist. Denn diese hängt einerseits von der Psyche ab, da sie beispielsweise nach Fehlschüssen sinkt bzw. nach Treffern steigt. Andererseits hängt es auch immer vom Glück ab, ob der Ball in das kleine Loch trifft.

b) Ereignis: „Das Spiel endet unentschieden."

c) Eine etwas abgewandelte 3-mal-mindestens-Aufgabe, wo die Trefferquote gesucht ist:

$$P(X \geq 1) = 0,9 \;\Rightarrow 1 - P(X = 0) = 0,9 \;\Rightarrow P(X = 0) = 0,1$$

$$\Rightarrow \binom{6}{0} \cdot p^0 \cdot (1-p)^6 = 0,1 \;\Rightarrow (1-p)^6 = 0,1 \;\Rightarrow 1 - p = 0,1^{\frac{1}{6}}$$

$$\Rightarrow p = 1 - 0,1^{\frac{1}{6}} = \underline{\underline{0,31871 \approx 31,9\,\%}}$$

Der erste Schuss von Lisa ist mit einer Wahrscheinlichkeit von 31,9 % ein Treffer (wie jeder andere Schuss).

