

Stochastik Aufgabengruppe 2

1

a) $P(A) = P(X = 2) = \binom{50}{2} \cdot 0,04^2 \cdot 0,96^{48} = \underline{\underline{0,27623 \approx 27,6\%}}$

B: Mindestens 6 % bedeutet mindestens 3 fehlerhafte Teile.

$$P(B) = P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - \sum_{i=0}^2 B(50; 0,04; i) \stackrel{TW}{=} 1 - 0,67671 = \underline{\underline{0,32329 \approx 32,3\%}}$$

b) Testgröße: Anzahl der fehlerhaften Teile; $n = 200$

Nullhypothese	Gegenhypothese
$H_0: p \geq 0,04$	$H_1: p < 0,04$
$A = \{k+1; k+2; \dots; 200\}$	$\bar{A} = \{0; 1; \dots; k\}$

$$\sum_{i=0}^k B(200; 0,04; i) \leq 0,05 \Rightarrow \underline{\underline{k=3}} \quad (0,03953) \Rightarrow \underline{\underline{\bar{A} = \{0; 1; \dots; 3\}}}$$

c) Bei einer Nullhypothese soll vor allem der Fehler 1. Art vermieden werden, also die irrtümliche Ablehnung der Nullhypothese. Dieser bedeutet hier, dass man annimmt, der Anteil der fehlerhaften Teile habe sich reduziert, obwohl er tatsächlich gleichgeblieben ist. In diesem Fall würde das Unternehmen weiter das neue teurere Granulat kaufen, obwohl dieses nicht zu einer besseren Qualität führt. Diese zusätzlichen Kosten will man auf jeden Fall vermeiden.

2

a) $P(\text{"blau"}) = \frac{180}{360} = \frac{1}{2}$; $P(\text{"rot"}) = \frac{1}{3}$; $P(\text{"grün"}) = \frac{1}{6}$

Die Wahrscheinlichkeit, dass zuerst blau, dann rot und dann grün erzielt wird, beträgt:

$$P(\{\text{brg}\}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

Die Farben können auf 3! Arten vertauscht werden. Somit beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass drei verschiedene Farben erzielt werden:

$$P(\text{"3 verschiedene Farben"}) = 3! \cdot \frac{1}{36} = \underline{\underline{\frac{1}{6}}}$$

b)

Auszahlung	0,00 €	10,00 €	x €
Einsatz	5,00 €	5,00 €	5,00 €
Gewinn	-5,00 €	5,00 €	(x - 5,00) €
p	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Da sich Einsätze und Auszahlungen auf lange Sicht ausgleichen, ist der Erwartungswert der Zufallsgröße „Gewinn“ null:

$$\frac{2}{3} \cdot (-5,00 \text{ €}) + \frac{1}{6} \cdot 5,00 \text{ €} + \frac{1}{6} \cdot (x - 5,00 \text{ €}) = 0 \Rightarrow 4 \cdot (-5,00 \text{ €}) + 5,00 \text{ €} + x - 5,00 \text{ €} = 0$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{x = 20,00 \text{ €}}}$$

Bei drei verschiedenen Farben werden **20,00 €** ausgezahlt.

c) Jetzt gilt: $P(R) = \frac{2\varphi}{360}$; $P(G) = \frac{\varphi}{360}$; $P(B) = 1 - \frac{2\varphi}{360} - \frac{\varphi}{360} = 1 - \frac{3\varphi}{360}$

Außerdem gilt: $P(R) \cdot P(B) = 0,14$

Einsetzen ergibt: $\frac{2\varphi}{360} \cdot \left(1 - \frac{3\varphi}{360}\right) = 0,14 \Rightarrow \frac{2\varphi}{360} - \frac{2\varphi}{360} \cdot \frac{3\varphi}{360} = 0,14$

$$\Rightarrow 720\varphi - 2\varphi \cdot 3\varphi = 18144 \Rightarrow -6\varphi^2 + 720\varphi - 18144 = 0$$

$$\Rightarrow \varphi_{1/2} = \frac{-720 \pm \sqrt{720^2 - 4 \cdot (-6) \cdot (-18144)}}{2 \cdot (-6)} = \frac{-720 \pm 288}{-12}$$

$$\Rightarrow \varphi_1 = 84^\circ; \varphi_2 = 36^\circ$$

φ_1 scheidet aus, da dies eine Vergrößerung des Winkels bedeuten würde. Daher beträgt der zum grünen Sektor gehörende Mittelpunktswinkel **36°**.