Stochastik Aufgabengruppe 1

1

a) Zu schnell sind die Fahrer, die mehr als 80 km/h fahren. Aus der Grafik ergibt sich:

$$P(S)=\frac{76}{200}+\frac{18}{200}=\frac{94}{200}=0,47$$

Bekannte Größen sind **grün** gedruckt;

	A	$\overline{A}$	
S	$\frac{65}{200}=0,325$	0,145	$0,47$
$\overline{S}$	0,295	0,235	0,53
	$0,62$	0,38	1

A und S sind stochastisch unabhängig, wenn der Anteil der zu schnell Fahrenden unter den allein Fahrenden gleich groß ist wie unter den nicht allein Fahrenden, wenn also gilt:

$$P_A(S)=\frac{P(A\cap S)}{P(A)}= \;=\frac{0,325}{0,62}=\frac{65}{124}\approx 52,4\%$$

$$P_{\overline{A}}(S)=\frac{P(\overline{A}\cap S)}{P(\overline{A})}= \;=\frac{0,145}{0,38}=\frac{29}{76}\approx 38,2\%$$

Der Anteil der zu schnell Fahrenden ist bei den Alleinfahrenden größer als bei den nicht allein Fahrenden. A und S sind daher stochastisch **abhängig**. Ein Grund kann sein, dass Alleinfahrende ein höheres Risiko eingehen und nicht von Beifahrern gerügt werden, wenn sie zu schnell unterwegs sind.

Hinweis: Natürlich kann auch der Ansatz $P(A)\cdot P(S)=P(A\cap S)?$ *gewählt werden. Aus dem Ergebnis lässt sich allerdings nur die Abhängigkeit belegen. Ob der Anteil der „Raser" bei den Alleinfahrern höher oder niedriger ist als bei den nicht Alleinfahrern, geht daraus aber nicht hervor.*

b) Die Bestätigung erfolgt hier für die Geschwindigkeitsklasse $80 < v \leq 85$.

$$\sum_{i=81}^{85} B(100;0,8;i)=\sum_{i=0}^{85} B(100;0,8;i)-\sum_{i=0}^{80} B(100;0,8;i)$$

$$\overset{TW}{=} 0,91956-0,53984=\underline{\underline{0,37972\approx 38,0\%}}$$

38,0 % von 200 Fahrten sind **76 Fahrten**. Die in der Stichprobe ermittelte Anzahl der Fahrten steht daher mit der Beschreibung durch die Binomialverteilung in Einklang.

Für die Geschwindigkeitsklasse $75 < v \leq 80$ (hier ist aber nur eine verlangt!) ergibt sich:

$$\sum_{i=76}^{80} B(100;0,8;i) = \sum_{i=0}^{80} B(100;0,8;i) - \sum_{i=0}^{75} B(100;0,8;i)$$

$$\overset{TW}{=} 0,53984 - 0,13135 = \underline{\underline{0,40849 \approx 41\%}}$$

41 % von 200 Fahrten sind **82 Fahrten**. Die in der Stichprobe ermittelte Anzahl der Fahrten steht daher mit der Beschreibung durch die Binomialverteilung weitgehend in Einklang.

c) Es soll gelten: $\sum_{i=0}^{k} B(100;0,8;i) > 0,95 \Rightarrow k = 86\ (0,95309) \Rightarrow \underline{\underline{v^* = 86\ km/h}}$

2

a) Eine klassische 3-mal-mindestens-Aufgabe.

$$P(X \geq 1) > 0,99 \Rightarrow 1 - P(X = 0) > 0,99 \Rightarrow P(X = 0) < 0,01$$

$$\Rightarrow \binom{n}{0} \cdot 0,19^0 \cdot 0,81^n < 0,01 \Rightarrow 0,81^n < 0,01 \Rightarrow n \cdot \ln 0,81 < \ln 0,01$$

$$\Rightarrow n > \frac{\ln 0,01}{\ln 0,81} = 21,8543...$$

Es müssen **mindestens 22** Geschwindigkeitsmessungen durchgeführt werden.

b) Für den Erwartungswert gilt: $E(X) = n \cdot p = 50 \cdot 0,19 = 9,5$

$$\sigma = \sqrt{Var(X)} = \sqrt{50 \cdot 0,19 \cdot 0,81} \approx 2,77$$

Die Geschwindigkeitskontrolle wird abgebrochen, wenn die Zahl der Tempoverstöße um mehr als eine Standardabweichung unter dem Erwartungswert liegt. Dann gilt:
$X < 9,5 - 2,77 \Rightarrow X < 6,73$

Die Geschwindigkeitskontrolle wird entsprechend fortgeführt, wenn $X \geq 7$.
Für die gesuchte Wahrscheinlichkeit gilt dann:

$$\sum_{i=7}^{50} B(50;0,1;i) = 1 - \sum_{i=0}^{6} B(50;0,1;i) \overset{TW}{=} 1 - 0,77023 = \underline{\underline{0,22977 \approx 23,0\%}}$$

