## Geometrie Aufgabengruppe 2

1 $A(1/1/1),\ B(0/2/2),\ C(-1/2/0)$

a) $E:\vec{X}=\vec{A}+\alpha\cdot\overrightarrow{AB}+\beta\cdot\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}+\alpha\cdot\begin{pmatrix}0-1\\2-1\\2-1\end{pmatrix}+\beta\cdot\begin{pmatrix}-1-1\\2-1\\0-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}+\alpha\cdot\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix}+\beta\cdot\begin{pmatrix}-2\\1\\-1\end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}-2\\1\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\-3\\1\end{pmatrix}=(-1)\cdot\begin{pmatrix}2\\3\\-1\end{pmatrix}\Rightarrow\overrightarrow{n_E}=\begin{pmatrix}2\\3\\-1\end{pmatrix}\quad\Rightarrow E:2x_1+3x_2-x_3+c=0$$

Einsetzen des Aufpunkts A ergibt: $2\cdot1+3\cdot1-1+c=0\ \Rightarrow c=-4$

$\Rightarrow \underline{\underline{E:2x_1+3x_2-x_3-4=0}}$

b) Für alle Punkte der $x_2$-Achse gilt: $x_1=x_3=0$

$2\cdot0+3x_2-0-4=0\ \Rightarrow x_2=\frac{4}{3}\quad\Rightarrow \underline{\underline{S\left(0/\frac{4}{3}/0\right)}}$

2 $A(0/0/0),\ B(3/-6/6),\ F(2/-4/4),\ g:\vec{X}=\begin{pmatrix}0\\-4\\5\end{pmatrix}+\lambda\cdot\begin{pmatrix}-2\\0\\1\end{pmatrix}$

a) Zu zeigen ist, dass sich g und h in F schneiden und dass das Skalarprodukt ihrer Richtungsvektoren null ergibt.

$h:\vec{X}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}+\mu\cdot\begin{pmatrix}3\\-6\\6\end{pmatrix}$

Gleichsetzen von g und h führt zu drei Gleichungen:

I $\quad 0-2\lambda=0+3\mu\ \Rightarrow\lambda=-\frac{3}{2}\mu$

II $\quad -4+0\cdot\lambda=0-6\mu\ \Rightarrow -4=-6\mu\ \Rightarrow\mu=\frac{2}{3}$

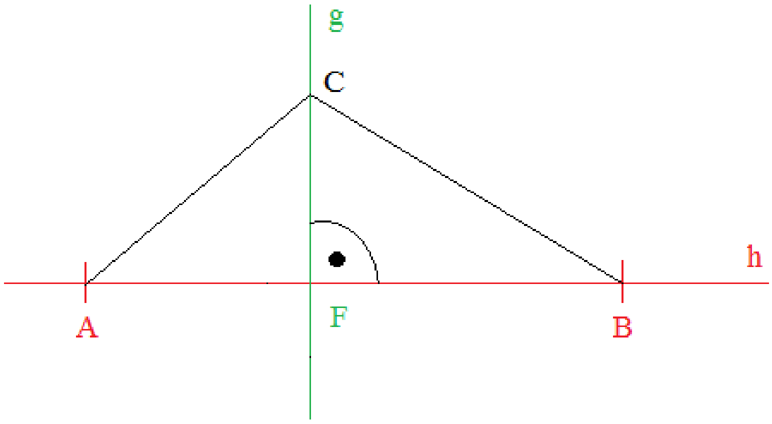
III $\quad 5+\lambda=6\mu$

I in III: $5-\frac{3}{2}\mu=6\mu\quad\Rightarrow 5=7{,}5\mu\Rightarrow\mu=\frac{2}{3}$ (bestätigt Gleichung II)

in I: $\lambda=-\frac{3}{2}\cdot\frac{2}{3}=-1\ \Rightarrow\vec{S}=\begin{pmatrix}0\\-4\\5\end{pmatrix}-1\cdot\begin{pmatrix}-2\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\-4\\4\end{pmatrix}=\vec{F}$

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 6 \end{pmatrix} = -6+0+6=0 \;\Rightarrow\; \text{g und h schneiden sich senkrecht in F.}$$

b)




[CF] ist die Höhe $h_c$ des Dreiecks ABC.