Geometrie Aufgabengruppe 1

1 A(2 / 3 / 1), B(2 / −3 / 1), C(0 / 2 / 0)

a) $\overrightarrow{CA} \circ \overrightarrow{CB} = \begin{pmatrix} 2-0 \\ 3-2 \\ 1-0 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 2-0 \\ -3-2 \\ 1-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix} = 4-5+1 = 0$

$\Rightarrow \Delta ABC$ ist bei C rechtwinklig.

b) $\underline{\underline{D(0/-2/0)}}$

$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2-2 \\ -3-3 \\ 1-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow$ parallel zur x_2 – Achse

Spiegelt man ΔABC an der x_1x_3-Ebene, so erhält man ein kongruentes Dreieck ($C' = D$).

2

a) $E: 2x_1 + x_2 - 2x_3 + 18 = 0$

S_1 mit der x_1-Achse: $x_2 = x_3 = 0 \Rightarrow 2x_1 = -18 \Rightarrow x_1 = -9 \Rightarrow S_1(-9/0/0)$

S_2 mit der x_2-Achse: $x_1 = x_3 = 0 \Rightarrow x_2 = -18 \Rightarrow S_2(0/-18/0)$

Wegen des rechten Winkels gilt: S_1 mit der x_2-Achse: $A_{\Delta S_1OS_2} = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 18 = \underline{\underline{81}}$

b) Normalenvektor: $\overrightarrow{n_E} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$; Ortsvektor: $\vec{P} = k \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

P liegt in der Ebene E: $2 \cdot 2k + k - 2 \cdot (-2k) = -18 \Rightarrow 4k + k + 4k = -18 \Rightarrow 9k = -18$

$$\Rightarrow k = -2 \Rightarrow \vec{P} = -2 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}}}$$