Geometrie Aufgabengruppe 1

1

a) $AB: \vec{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} + \lambda * \cdot \begin{pmatrix} 6-2 \\ 1-1 \\ -12+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} + \lambda * \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

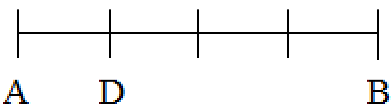
$\underline{C \in AB?}\ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\quad$ I $\ 0 = 2 + \lambda \Rightarrow \lambda = -2$
II $\ 1 = 1$ w.A. $\qquad \Rightarrow C \in AB$
III $\ 0 = -4 - 2\lambda \Rightarrow \lambda = -2$

C liegt auf der Strecke [AB], wenn gilt: $\overrightarrow{AC} = k \cdot \overrightarrow{AB}$ mit $0 < k < 1$.

$\begin{pmatrix} 0-2 \\ 1-1 \\ 0+4 \end{pmatrix} = k \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} = k \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix}$ $\quad$ I $\ -2 = 4k \Rightarrow k = -\frac{1}{2}$
II $\ 0 = 0$ w.A.
III $\ 4 = -8k \Rightarrow k = -\frac{1}{2}$

Da $k < 0$, liegt C nicht auf der Strecke [AB].

b)



$\vec{D} = \vec{A} + \frac{1}{4} \cdot \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} + \frac{1}{4} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -6 \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{\underline{D(3/1/-6)}}$

2

a) $E: 2x_1 + x_2 - 2x_3 + 18 = 0$

S_1 mit der x_1-Achse: $x_2 = x_3 = 0 \Rightarrow 2x_1 = -18 \Rightarrow x_1 = -9 \Rightarrow S_1(-9/0/0)$

S_2 mit der x_2-Achse: $x_1 = x_3 = 0 \Rightarrow x_2 = -18 \Rightarrow S_2(0/-18/0)$

Wegen des rechten Winkels gilt: S_1 mit der x_2-Achse: $A_{\Delta S_1 O S_2} = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 18 = \underline{\underline{81}}$

b) Normalenvektor: $\overrightarrow{n_E} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$; Ortsvektor: $\vec{P} = k \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

P liegt in der Ebene E: $2 \cdot 2k + k - 2 \cdot (-2k) = -18 \Rightarrow 4k + k + 4k = -18 \Rightarrow 9k = -18$

$$\Rightarrow k = -2 \Rightarrow \vec{P} = -2 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}}}$$

