## Analysis Aufgabengruppe 1

1 $f_1(x) = \frac{2x+3}{x^2-4} = \frac{2x+3}{(x+2)(x-2)}$

Der Nenner darf nicht null werden: $\Rightarrow \underline{\underline{D_{f_1} = \mathbb{R} \setminus \{-2;2\}}}$

**Nullstelle**: $f_1(x) = 0 \Rightarrow 2x+3 = 0 \Rightarrow \underline{\underline{x = -\frac{3}{2}}}$

$f_2(x) = \ln(x+2)$

Das Innere des ln muss positiv sein: $x+2 > 0 \Rightarrow x > -2 \Rightarrow \underline{\underline{D_{f_2} = ]-2;\infty[}}$

**Nullstelle**: $f_2(x) = 0 \Rightarrow \ln(x+2) = 0 \Rightarrow x+2 = 1 \Rightarrow \underline{\underline{x = -1}}$

2 Der Graph der Funktion f muss in (2/1) einen Terrassenpunkt haben.

In Betracht kommt eine ganzrationale Funktion 3. Grades. Am einfachsten ist es, die Funktion $f^*(x) = x^3$ (Terrassenpunkt im Ursprung) um 2 nach rechts und um 1 nach oben zu verschieben.

Es gilt dann: $\underline{\underline{f(x) = (x-2)^3 + 1}}$

3 $f(x) = -x^3 + 9x^2 - 15x - 25;\ f'(x) = -3x^2 + 18x - 15$

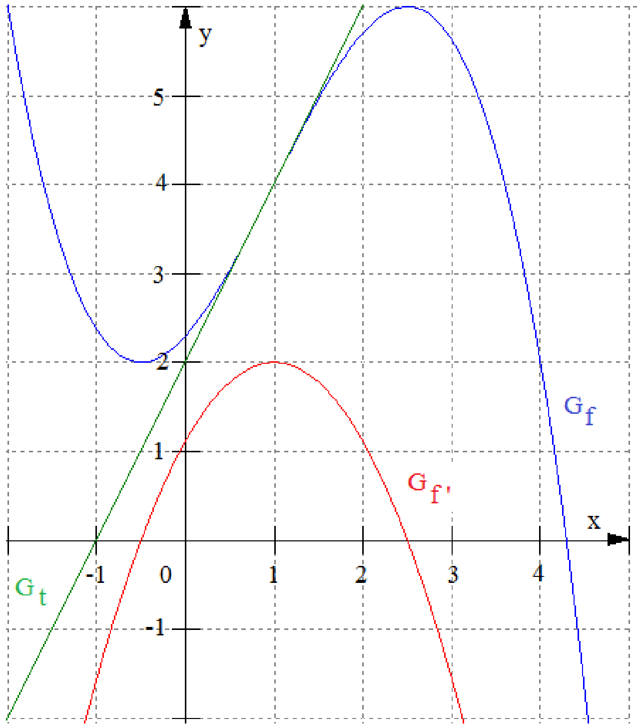
(1) Es soll gelten: $f'(0) = -15$
$f'(0) = -3 \cdot 0^2 + 18 \cdot 0 - 15 = -15$

(2) Es soll gelten: $f(5) = 0$ und $f'(5) = 0$
$f(5) = -5^3 + 9 \cdot 5^2 - 15 \cdot 5 - 25 = -125 + 225 - 75 - 25 = 0$
$f'(5) = -3 \cdot 5^2 + 18 \cdot 5 - 15 = -75 + 90 - 15 = 0$

(3) Für die Tangente gilt: $y = mx + t$
$m = f'(-1) = -3 \cdot (-1)^2 + 18 \cdot (-1) - 15 = -36$
$f(-1) = -(-1)^3 + 9 \cdot (-1)^2 - 15 \cdot (-1) - 25 = 0$
eingesetzt: $0 = -36 \cdot (-1) + t \Rightarrow t = -36$
$\Rightarrow \underline{\underline{y = -36x - 36}}$

4 Die Steigung an der Stelle $x = 1$ (Ableitung) ist die Steigung der Wendetangente. Ablesen ergibt ungefähr den Wert 2. Die Ableitung ist dort maximal (stärkste Steigung).0 Der Graph von f ist offensichtlich eine ganzrationale Funktion 3. Grades, somit ist der Graph der Ableitung eine Parabel (nach unten geöffnet wegen dem Maximum). Die (einfachen) Nullstellen der Ableitung sind an den Stellen, an denen der Graph von f Extrempunkte hat, also bei $x' = -0,5$ und bei $x' = 2,5$.




5

a) Da $a > 0$, gilt: $\lim\limits_{x\to\infty} f_a(x) = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{1}{a} \cdot x^3 - x = "\infty^2 - \infty^1" = \infty$

Daher stellt Abb. 2 den Graphen von $f_a$ dar.

b) An der Stelle $x = 3$ soll ein Extrempunkt vorliegen, also soll gelten: $f_a'(3) = 0$

$f_a'(x) = \frac{3}{a} \cdot x^2 - 1;$

$f_a'(3) = 0: \ \frac{3}{a} \cdot 3^2 - 1 = 0 \ \Rightarrow \frac{27}{a} = 1 \ \Rightarrow \underline{\underline{a = 27}}$