Stochastik II

1.1 Es handelt sich um eine Bernoulli-Kette mit $n = 20$ und $p = 0,3$.

E_1 : „Nur die letzten beiden Schülerinnen kaufen eine Breze.“

$P(E_1) = 0,7^{18} \cdot 0,3^2 = \underline{\underline{0,00015 \approx 0,015\%}}$

E_2: „Genau zehn der Schülerinnen kaufen keine Breze.“
= „Genau zehn der Schülerinnen kaufen eine Breze.“

$P(E_2) = \binom{20}{10} \cdot 0,3^{10} \cdot 0,7^{10} = \underline{\underline{0,03082 \approx 3,1\%}}$

1.2 Erwartungswert

$\mu = E(X) = 20 \cdot 0,3 = \underline{\underline{6}}$

Von den 20 betrachteten Schülerinnen kaufen im Schnitt 6 eine Breze.

1.3 $\sigma = \sqrt{Var(X)} = \sqrt{20 \cdot 0,3 \cdot 0,7} = 2,05$

Die Zufallswerte sollen innerhalb der einfachen Standardabweichung liegen, also gilt:

$$\left\{\begin{matrix} \mu - \sigma = 6 - 2,05 = 3,95 \\ \mu + \sigma = 6 + 2,05 = 8,05 \end{matrix}\right\} \Rightarrow 3,95 < X < 8,05 \Rightarrow 4 \le X \le 8$$

$$P(4 \le X \le 8) = P(X \le 8) - P(X \le 3) = \sum_{i=0}^{8} B(20;0,3;i) - \sum_{i=0}^{3} B(20;0,3;i)$$

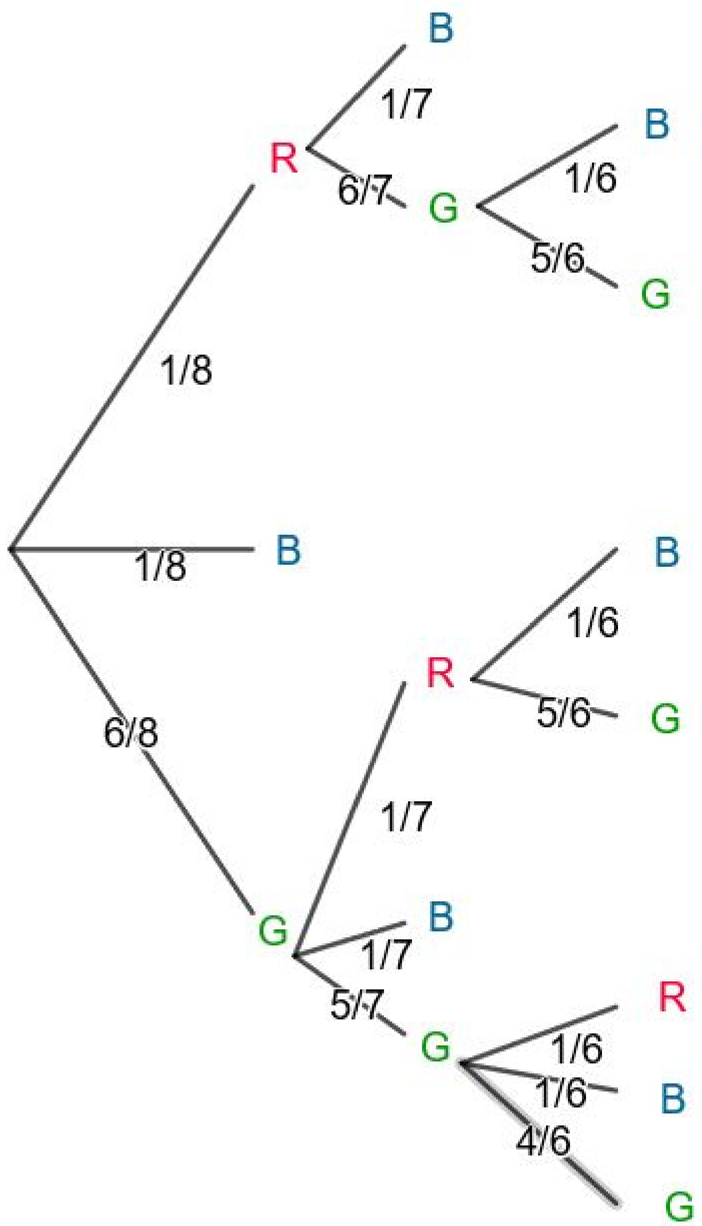
$$\overset{TW}{=} 0,88667 - 0,10709 = \underline{\underline{0,77958 \approx 78\%}}$$

1.4 E_3: „Mehr als doppelt so viele Schülerinnen wie erwartet kaufen eine Breze.“

Erwartet werden sechs Schülerinnen, die eine Breze kaufen. Mehr als doppelt so viel bedeutet mehr als 12, also mindestens 13.

$$P(X \ge 13) = 1 - P(X \le 12) = 1 - \sum_{i=0}^{12} B(20;0,3;i) \overset{TW}{=} 1 - 0,99872 = \underline{\underline{0,00128 \approx 0,1\%}}$$

2.1 *Hinweis: Der Baum ist in doppelter Hinsicht anspruchsvoll, obwohl alle Angaben gegeben sind. So endet der Versuch, wenn eine blaue Kugel gezogen wird. Andererseits kann, wenn eine rote Kugel gezogen wurde, nur noch eine blaue oder grüne gezogen werden. Außerdem ändern sich die Wahrscheinlichkeiten nach jedem Ziehen, da die Kugeln weniger werden. Hinzu kommt, dass auch die graphische Darstellung nicht ganz einfach ist, da diese schnell gequetscht aussehen kann. Es empfiehlt sich, vorher eine grobe Skizze anzufertigen.*



$$P\left(\{(R;B)\}\right)=\frac{1}{56}$$

$$P\left(\{(R;G;B)\}\right)=\frac{1}{56}$$

$$P\left(\{(R;G;G)\}\right)=\frac{5}{56}$$

$$P\left(\{(B)\}\right)=\frac{1}{8}$$

$$P\left(\{(G;R;B)\}\right)=\frac{1}{56}$$

$$P\left(\{(G;R;G)\}\right)=\frac{5}{56}$$

$$P\left(\{(G;B)\}\right)=\frac{3}{28}$$

$$P\left(\{(G;G;R)\}\right)=\frac{5}{56}$$

$$P\left(\{(G;G;B)\}\right)=\frac{5}{56}$$

$$P\left(\{(G;G;G)\}\right)=\frac{5}{14}$$

2.2 A: „Es werden alle drei Farben gezogen.“

$$A=\{(R;G;B);(G;R;B)\}$$

$$P(A)=\frac{1}{56}+\frac{1}{56}=\underline{\underline{\frac{1}{28}}}$$

B: „Das Zufallsexperiment endet mit der blauen Kugel.“

$$B=\{(R;B);(R;G;B);(B);(G;R;B);(G;B);(G;G;B)\}$$

$$P(B)=\frac{1}{56}+\frac{1}{56}+\frac{1}{8}+\frac{1}{56}+\frac{3}{28}+\frac{5}{56}=\underline{\underline{\frac{3}{8}}}$$

2.3 $$P_B(3\text{ Kugeln})=\frac{P(3\text{ Kugeln}\cap B)}{P(B)}=\frac{P\left(\{(R;G;B);(G;R;B);(G;G;B)\}\right)}{P(B)}$$

$$=\frac{\frac{1}{56}+\frac{1}{56}+\frac{5}{56}}{\frac{3}{8}}=\underline{\underline{\frac{1}{3}}}$$

