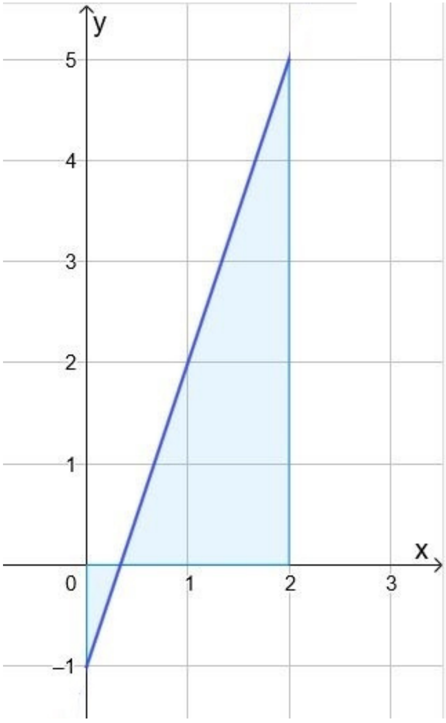
Teil 1

Analysis

1.1 Nullstelle

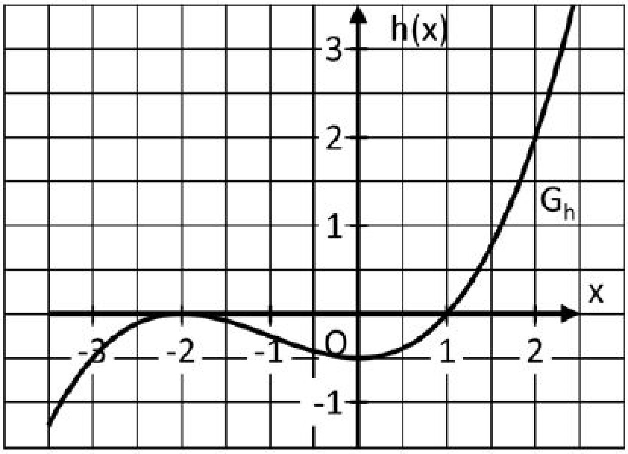
$\underline{g(x)=0}$: $3x-1=0 \Rightarrow \underline{\underline{x=\frac{1}{3}}}$



1.2 $\int\limits_0^2 g(x)dx = \int\limits_0^2 3x-1dx = \left[3\cdot\frac{x^2}{2}-x\right]_0^2 = 6-2-0 = \underline{\underline{4}}$

Der Wert des Integrals ist die Fläche, die vom Graphen von g und der x-Achse oberhalb der x-Achse eingeschlossen wird abzgl. des kleinen Flächenstücks unterhalb der x-Achse (Flächenbilanz).

2



a) Es gilt: $h'(x) < 0$ für $]-2;1[$

Zwischen 0 und 1 steigt der Graph von h. Die Aussage ist daher falsch.

b) Der Graph der Stammfunktion H von h besitzt einen Terrassenpunkt.

In einem Terrassenpunkt sind die erste und die zweite Ableitung null, wobei die 2. Ableitung keinen Vorzeichenwechsel hat. Die Ableitung (hier: h) hat dort also eine doppelte Nullstelle. Das ist der Fall für $x = -2$.
Die Aussage ist also wahr.

c) Es gilt: $h(-2) + h'(0) > 0$

Der Graph von h hat bei $x = -2$ eine Nullstelle. Bei $x = 0$ hat der Graph einen TIP, die Ableitung ist dort also null. Wegen $h(-2) + h'(0) = 0 + 0 = 0$ ist die Aussage falsch.

3 Die Parabel hat zwei Nullstellen, wenn der Scheitel unterhalb der x-Achse liegt, wenn also gilt: $2k - 1 < 0 \Rightarrow \underline{\underline{k < \frac{1}{2}}}$

4 $f(x) = 2 \cdot e^{-x+1} - 1;\ D_f = [1;\infty[$

Es gilt: $f(1) = 2 \cdot e^0 - 1 = 2 - 1 = 1$ und $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = \lim\limits_{x \to \infty} \underbrace{2 \cdot e^{\overbrace{-x+1}^{\to -\infty}}}_{\to 0} - 1 = -1$

Daraus ergibt sich: $\underline{\underline{W_f =]-1;1]}}$

5 a) $x^3 - 2x^2 + x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 2x + 1) = 0 \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 0}}$

$x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 = 0 \Rightarrow \underline{\underline{x_{2/3} = 1}}$

b) $\left(e^x - 2\right)^2 - 4 = 0 \Rightarrow \left(e^x - 2\right)^2 = 4 \Rightarrow e^x - 2 = \pm 2$

$e^x = 4 \Rightarrow \underline{\underline{x = \ln 4 = 2\ln 2}}$

oder: $e^x = 0$ (Widerspruch!)

6 **Problemstellung**

Bestimmen Sie den Zeitpunkt t_1, zu dem die Bakterienpopulation auf 40 % des Startwerts ($t_0 = 2 \cdot 10^6$) gefallen ist.

$$0{,}4 = \left(\frac{1}{2}\right)^{t_1} \Rightarrow \ln 0{,}4 = t_1 \cdot \ln\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \underline{\underline{t_1 = \frac{\ln 0{,}4}{\ln 0{,}5}}}$$

