Analysis

A1 $f(x)=\frac{x}{\ln x}$

a) Das Innere des ln muss positiv sein.

Außerdem darf der Nenner nicht null werden: $\ln x=0 \Rightarrow x=1$

Dieser Wert muss ausgeschlossen werden. Daher gilt: $D_{max}=\mathrm{IR}^+\setminus\{1\}$

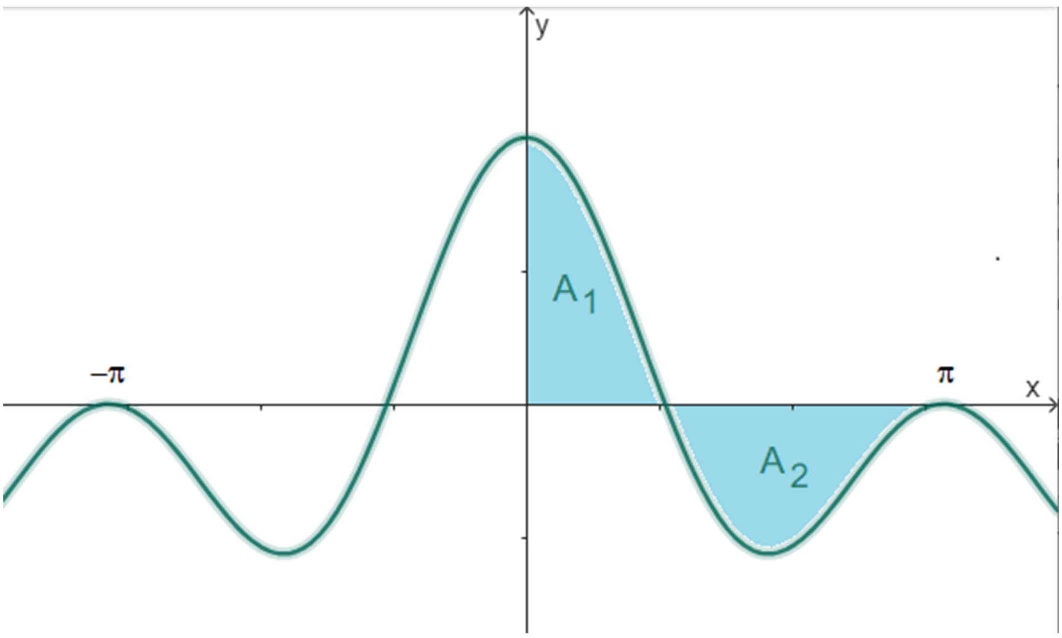
b) waagrechte Tangente

Wir leiten f zunächst mit der Quotientenregel ab:

$$f'(x)=\frac{(\ln x)\cdot 1-x\cdot\frac{1}{x}}{(\ln x)^2}=\frac{(\ln x)-1}{(\ln x)^2}$$

$$\underline{f'(x)=0:}\ \frac{(\ln x)-1}{(\ln x)^2}=0 \Rightarrow (\ln x)-1=0 \Rightarrow \ln x=1 \Rightarrow \underline{\underline{x'=e}}$$

A2 $g(x)=\cos x+\cos(2x)$



a) Koordinaten von S

$g(0)=\cos 0+\cos(2\cdot 0)=1+1=2 \Rightarrow \underline{\underline{S(0/2)}}$

b) $$\int_0^{\pi} g(x)dx=\int_0^{\pi}\cos x+\cos(2x)dx=\left[\sin x+\frac{\sin(2x)}{2}\right]_0^{\pi}$$

$$=\left[\sin\pi+\frac{\sin(2\pi)}{2}\right]-\left[\sin 0+\frac{\sin(2\cdot 0)}{2}\right]=0+0-(0+0)=\underline{\underline{0}}$$

Daher gilt: $A_1=A_2$ **(Flächenbilanz)**

A5 $I(x)=\int_0^x f(t)dt$

Eine Nullstelle ergibt sich für $I(0)=\int_0^0 f(t)dt=0$.

Eine weitere Nullstelle ergibt sich, wenn sich Flächenstücke zwischen Graph und x-Achse beim „Durchintegrieren“ gegenseitig aufheben.

Für $x>0$ ist die Fläche vollständig oberhalb der x-Achse. Daher gibt es in diesem Fall keine weitere Nullstelle.

Für $x<0$ gibt es für $x<-1{,}5$ eine Fläche, die genauso groß ist wie die Fläche für $-1{,}5<x<0$ oberhalb der x-Achse. Daher gibt es in diesem Fall eine weitere und insgesamt zwei Nullstellen von I.

Eine dritte Nullstelle kann es nicht geben, da f genau zwei Nullstellen hat und es somit im II. Quadranten kein weiteres Flächenstück gibt.

Die Aussage ist daher zutreffend.

A6 $W=[-3;2[$

a) Bei Punktsymmetrie zum Ursprung müsste neben der Definitionsmenge auch die Wertemenge symmetrisch sein, also z.B. $W=[-3;3]$. Denn vorliegend gibt es z.B. zum Punkt $(x\,/-3)$ keinen Spiegelpunkt $(-x\,/\,3)$. Die Funktion ist daher nicht punktsymmetrisch.

b) $h(x)=-2\cdot f(x-5)+1$

Der Graph von f wird zunächst an der x-Achse gespiegelt und mit dem Faktor 2 in y-Richtung gestreckt: $h_1(x)=-2\cdot f(x) \;\Rightarrow W_1=]-4;6]$

Außerdem wird der Graph um 5 Einheiten nach rechts verschoben. Dies hat aber keinen Einfluss auf die Wertemenge.

Zuletzt wird der Graph um 1 Einheit nach oben verschoben. $\Rightarrow \underline{\underline{W_h=]-3;7]}}$